

## АНАЛІЗ ПЕРСПЕКТИВ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРОСТОРУ СТАНІВ У СУЧАСНИХ СИСТЕМАХ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ

**Fadieiev M.O. Analysis of the prospects for applying the state-space method in modern Mobile Communication Systems.** Due to the rapid development of mobile networks, their integration into all spheres of society, and a significant increase in signal complexity, modern processing methods are in a state of continuous evolution. From a mathematical perspective, signal processing in 5/6G systems using MIMO technologies is an extremely challenging task. Classical signal processing methods, such as Zero Forcing, are characterized by a cubic increase in computational complexity. This makes it impossible to simultaneously use the ultra-low latency scenario, uRLLC, with the ultra-high throughput scenario, eMBB. This paper proposes an approach to signal processing using the state-space method. Through simulation modeling, it has been proven that the transition from channel matrix inversion to state vector computation allows for a reduction in computational complexity from cubic  $O(N^3)$ , to quadratic  $O(N^2)$ . Experimental results for MIMO systems with up to 512 antennas demonstrate a significant reduction in the algorithm's execution time. It is concluded that representing the dynamics of a multidimensional channel in the standard state-space form ensures deterministic processing latency, allowing for an effective balance between the requirements of ultra-high throughput (eMBB) and ultra-low latency (uRLLC) in current and future mobile communication systems.

**Keywords:** state-space, Massive MIMO, optimal reception, multidimensional signals, computational complexity, Zero Forcing, 5G/6G, uRLLC, eMBB

**Фадєєв М.О. Аналіз перспектив застосування методу простору станів у сучасних системах мобільного зв'язку.** У зв'язку зі стрімким розвитком мобільних мереж, їхню інтеграцію в усі сфери суспільства та суттєвим підвищенням складності сигналів, сучасні методи обробки знаходяться в стані постійного розвитку. Із математичної точки зору, обробка сигналів у системах 5/6G із застосуванням технологій MIMO є надзвичайно важкою задачею. Класичні методи обробки сигналів, як Zero Forcing характеризуються кубічним зростанням обчислювальної складності. Це унеможливує використання одночасно сценарію наднизької затримки, uRLLC, із сценарієм надвисокої пропускної здатності, eMBB. У даній статті запропоновано підхід до обробки сигналів за допомогою методу простору станів. Шляхом імітаційного моделювання було доведено, що перехід від інверсії матриці каналу до обчислення вектору стану дозволяє знизити обчислювальну складність з кубічної  $O(N^3)$  до квадратичної  $O(N^2)$ . Експериментальні результати для систем MIMO із кількістю антен до 512 демонструють значне скорочення часу виконання алгоритму. Зроблено висновок, що представлення динаміки багатовимірного каналу у стандартній формі простору станів забезпечує детерміновану затримку обробки, дозволяючи ефективно балансувати між вимогами надвисокої пропускної здатності (eMBB) та наднизької затримки (uRLLC) у сучасних і майбутніх системах мобільного зв'язку.

**Ключові слова:** простір станів, Massive MIMO, оптимальний прийом, багатовимірні сигнали, обчислювальна складність, Zero Forcing, 5G/6G, uRLLC, eMBB

### Вступ

Опис сучасних каналів зв'язку для мереж із технологіями Massive MIMO, де кількість антен кратно збільшується, порівняно з попередніми стандартами зв'язку, є надзвичайно складним завданням. Також виникає проблема, при якій система повинна одночасно мати наднизьку затримку, до 1 мс (технологія uRLLC), при цьому передаючи великі масиви даних із високою швидкістю (технологія eMBB). Комплексний розгляд даних систем за допомогою передавальних функцій є недоцільним і надзвичайно складним із точки зору обчислень завданням.

Метод простору станів дозволяє вирішити дану проблему, комплексно розглядаючи наведені вище вимоги, а також враховуючи параметри зовнішнього та внутрішнього впливів у системі зв'язку. Це дає змогу звести надважкі математичні описи та обчислення до компактної матричної форми. У статті представлено даний підхід до побудови математичних моделей каналів.

**Аналіз останніх досліджень.** В [1-2] розглянуто різні підходи до аналізу телекомунікаційних систем. Викладено основні ідеї розгляду системи методом простору станів.

В [3-4] викладено загальні ідеї та напрямки розвитку мобільних мереж, наведені рекомендації щодо переходу від мереж 5G до 6G. Наведені основні концепції сценаріїв eMBB, URLLC. Описано використання Ultra-Massive MIMO та Extreme-MIMO.

В [5] описано складності сучасних алгоритмів обробки сигналів, зокрема вказані проблеми пов'язані з використанням класичних методів, як Zero Forcing.

В [6] детально пояснені математичні конфлікти між сценаріями eMBB та URLLC.

**Постановка завдання.** Навести загальний опис та головні ідеї аналізу систем методом простору станів. Проаналізувати та систематизувати класичні методи обробки сигналів та провести порівняння з методом простору станів. Здійснити математичне моделювання процесу обробки сигналів за допомогою класичних методів (Zero Forcing) та методом простору станів з метою отримання часових характеристик швидкодії обох методів. Оцінити ефективність запропонованого підходу в контексті сценаріїв eMBB та URLLC.

**Метою роботи** є аналіз можливостей застосування методу простору станів для моделювання систем зв'язку майбутніх поколінь.

### Виклад основного матеріалу дослідження

**Загальний опис методу простору станів.** Для розгляду системи за допомогою методу простору станів, першим кроком розділимо всі змінні величини, які впливають на динамічну систему на 3 групи (рис. 1):

1) Вхідні змінні або вхідні впливи. Позначаються літерою  $u_i$  (де  $i = 1, 2, \dots, n$ ). Характеризують сигнали, які є зовнішніми щодо досліджуваної нами системи та впливають на неї.

2) Вихідні змінні. Позначаються літерою  $y_j$  (де  $j = 1, 2, \dots, m$ ). Характеризують реакцію системи, сигнали на її виході.

3) Змінні стану чи проміжні змінні. Позначаються літерою  $x_k$  (де  $k = 1, 2, \dots, m$ ). Характеризують динаміку та внутрішній стан досліджуваної системи.

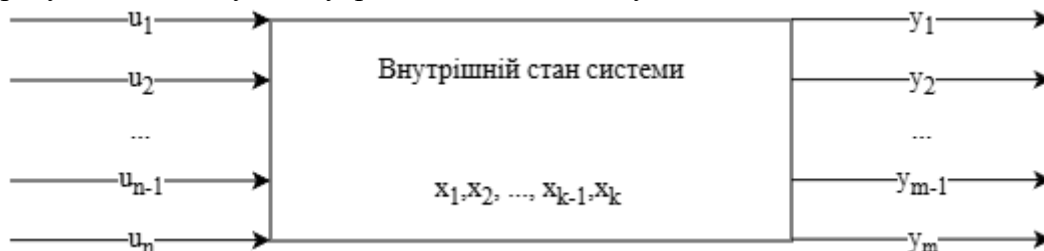


Рис. 1. Змінні величини, які впливають на динамічну систему

Величини  $u_i$ ,  $y_j$  та  $x_k$  є функціями часу  $u_i(t)$ ,  $y_j(t)$  та  $x_k(t)$  і відповідають значенням  $u_i$ ,  $y_j$  та  $x_k$  у момент часу  $t$ . Множина всіх значень, яких набуває вектор входу  $U(t_0, t) = [u_1(t_0, t), u_2(t_0, t), \dots, u_n(t_0, t)]$  в момент часу  $t$ , утворює *простір входу системи*. Множина всіх значень, яких набуває вектор виходу  $Y(t_0, t) = [y_1(t_0, t), y_2(t_0, t), \dots, y_m(t_0, t)]$  в момент часу  $t$ , утворює *простір виходу системи*. Множина ж усіх значень, яких набуває вектор  $X(t_0, t) = [x_1(t_0, t), x_2(t_0, t), \dots, x_m(t_0, t)]$  утворить *простір станів* системи. У будь-який момент часу  $t$  стан системи визначається вектором  $X(t)$ , який є функцією вектору початкового стану  $X(t_0)$  і вектору входу  $U(t_0)$ . Відповідно, отримуємо наступне рівняння для вектору входу:

$$X(t) = F[X(t_0); U(t_0)] \quad (1)$$

Вектор виходу  $Y(t)$  також визначиться функцією векторів  $X(t_0)$  і  $U(t_0)$ :

$$Y(t) = G[X(t_0); U(t_0)] \quad (2)$$

Рівняння (1) і (2) мають назву *рівнянь стану* системи. Для систем, які описуються диференціальними рівняннями, вони зводяться до наступних матричних рівнянь:

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t_0, t); \quad (3)$$

$$Y(t) = C(t)X(t) + D(t)U(t_0, t), \quad (4)$$

де:

- $A(t)$  – матриця коефіцієнтів, що має розмірність  $n \times n$ ;
- $B(t)$  – матриця керування, що має розмірність  $n \times m$ ;
- $C(t)$  – матриця виходу, що має розмірність  $p \times n$ ;
- $D(t)$  – матриця обходу системи, що має розмірність  $p \times m$ .

На рис. 2 наведено узагальнену схему системи, динаміка якої описується рівняннями (3) і (4).

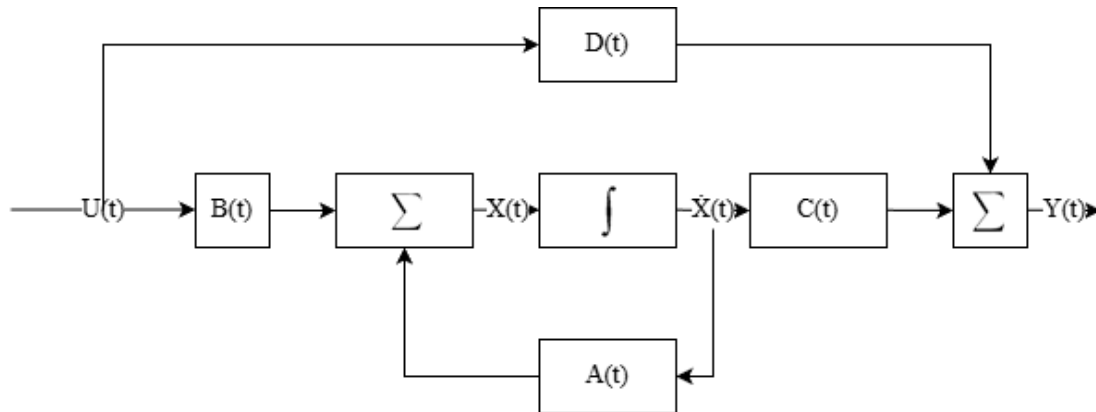


Рис 2. Узагальнена схема динамічної системи, що описується лінійними рівняннями стану

У випадку стаціонарної системи, її динаміка описується рівняннями стану, матриці яких матимуть елементи, незмінні в часі:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t_0, t); \quad (5)$$

$$Y(t) = CX(t) + DU(t_0, t). \quad (6)$$

Матриця коефіцієнтів  $A$  виступає системною матрицею, що визначає внутрішню архітектуру та динамічні властивості досліджуваної системи. Матриця  $B$  встановлює зв'язок між входом системи  $U(t)$  та зміною стану  $X(t)$ . У випадку автономної роботи системи (тобто відсутності зовнішніх впливів) дана матриця буде нульовою. Матриця  $C$  забезпечує формування вихідних змінних  $Y(t)$  зі змінних стану  $X(t)$ . Нарешті, матриця  $D$  показує безпосередню дію вхідних впливів  $U(t_0, t)$  на вихідні координати, без перетворення вхідного вектору динамічною системою. У сучасному контексті, для стандартів 5/6G матрицю  $D$  часто називають «*feedforward matrix*» або *матрицею прямого зв'язку*. Варто зазначити, що для більшості реальних фізичних систем зв'язку дана матриця вважається рівною нулю, адже реакція виходу на вхідний вплив має часову затримку.

Представлені рівняння стану (5) і (6) є матричною формою системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами. Вони забезпечують комплексний опис динамічних процесів у системі та відображають кореляцію між внутрішніми змінними стану, а також вхідними збуреннями та вихідними показниками системи.

Дані рівняння (5) і (6) є початковою інформацією для дослідження та проектування систем керування методом простору станів. Вони представляють собою *стандартну форму* запису рівнянь динаміки для лінійних систем з постійними параметрами, довільною структурою та довільною розмірністю. Така форма опису є компактною та зручною для перетворень і обчислень. Процедура розв'язку подібних рівнянь зводиться до матричних дій і перетворень над описаними вище матрицями  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$ . Цей метод також є оптимальним для реалізації програмування цифрових ЕОМ.

Також зазначимо, що до такої форми запису можна звести більшість класичних моделей: диференціальні рівняння високого порядку, рівняння динаміки передавальних функцій, які широко використовуються класичними методами дослідження систем.

**Порівняння стандартних підходів та методу простору станів.** Розглянемо два підходи до обчислень, що застосовуються для систем МІМО. Дане порівняння є найактуальнішим на

сьогодні, адже починаючи зі стандарту 4G LTE, ранги MIMO збільшуються кратно з кожним новим поколінням систем зв'язку. Для 5G – використовується ключова технологія Massive MIMO (64 передавальних і 64 приймальних антен), тоді як для 6G планується вже використання X-MIMO (256 передавальних і 256 приймальних). Відповідно, кількість антен зростає разом із обчислювальною складністю.

Наразі, класичним методом є розрахунок окремої передавальної функції для кожної пари «передавальна антена – приймальна антена». Це означає, що маючи  $T$  передавальних антен і  $R$  приймальних антен, наша кількість зв'язків дорівнюватиме  $T \times R$ . Для систем низького рангу, наприклад 1T2R (SIMO) або ж 2T2R (MIMO), класичний підхід обчислень за допомогою методу Zero-Forcing є оптимальним. Проте, при збільшенні кількості антен, кількість рівнянь зростає квадратично. Тобто, при переході до систем типу Massive MIMO, де  $T, R > 64$ , виникає проблема обчислювальної надмірності. Також відмітимо, що обробка кожного сигналу вимагає операцій згортки, або швидкого перетворення Фур'є (FFT) для кожного окремого каналу.

При використанні методу простору станів, система опишеться одним векторно-матричним рівнянням. Відповідно, при зростанні кількості антен, зміниться лише розмірність векторів  $u$  та  $y$ . При цьому всі обчислення зведуться до множення матриць. Сучасні процесори (CPU) та прискорювачі (GPU) мають спеціальні блоки, які оптимізовані для виконання операцій матричного множення за один або кілька тактів, тому даний підхід є раціональнішим для використання.

Головна відмінність цих методів полягає в обчислювальній складності та швидкості обробки сигналів. У класичному методі, складність визначиться як  $O(N^3)$ , або ж  $O(M^2 \times N)$ , тоді як при використанні методу простору станів, складність обчислень буде рівна  $O(n^2)$ , де  $n$  – порядок системи. У таблиці 1 наведено порівняння складності обробки сигналів двома представленими методами.

Таблиця 1

Порівняння обчислювальної складності при заданій кількості антен

Кількість антен (N)	Складність операцій $O(N^3)$	Складність операцій $O(n^2)$	Виграш (у разів, $\frac{O(N^3)}{O(n^2)}$ )
4	64	16	4
16	4,096	256	16
64	262,144	4,096	64
256	16,777,216	65,536	256

За допомогою програмного забезпечення, було проведено практично порівняльну характеристику обчислювальної складності з використанням класичного методу та методу простору станів. На рис. 3 наведено графічно результати даної перевірки. Зауважимо, що вертикальна вісь зображена логарифмічною шкалою задля зручності та наочності. При використанні звичайної десяткової шкали функція, яка відповідає класичному методу, йде вгору занадто стрімко, через що функція обчислень методом простору станів здається нульовою на всьому проміжку.

На практиці, даний підхід дозволяє вирішити одну з головних проблем для мереж мобільного зв'язку 5G та майбутніх 6G: поєднання одночасно сценаріїв eMBB (Enhanced Mobile Broadband) та uRLLC (Ultra-Reliable Low-Latency Communication). Перший сценарій відповідає за надвисоку пропускну здатність, потребує технологій Massive MIMO та важких обчислень. Другий сценарій забезпечує наднизьку затримку та миттєву обробку сигналу.

Як видно з наведених розрахунків, класичні методи, наприклад Zero Forcing не можуть задовольнити обидві умови одночасно. При збільшенні пропускну здатності за допомогою додавання антен, кубічна складність інверсії матриці призводить до великих затримок. При використанні ж методу простору станів, можливо забезпечити виконання обох умов.

Технологія uRLLC має забезпечувати такі сервіси, як безпілотні авто, телемедицина тощо. Для них важливим є не тільки швидкість, а й стабільна та наднизька затримка (до 1 мс)

з уникненням «стрибків». У просторі станів обчислення наступного кроку зводиться до базових матричних операцій, які займають строго фіксовану кількість тактів процесора. Відсутність надважких операцій, як от пошук оберненої матриці при класичних методах, гарантує жорстке дотримання сценарію uRLLC.

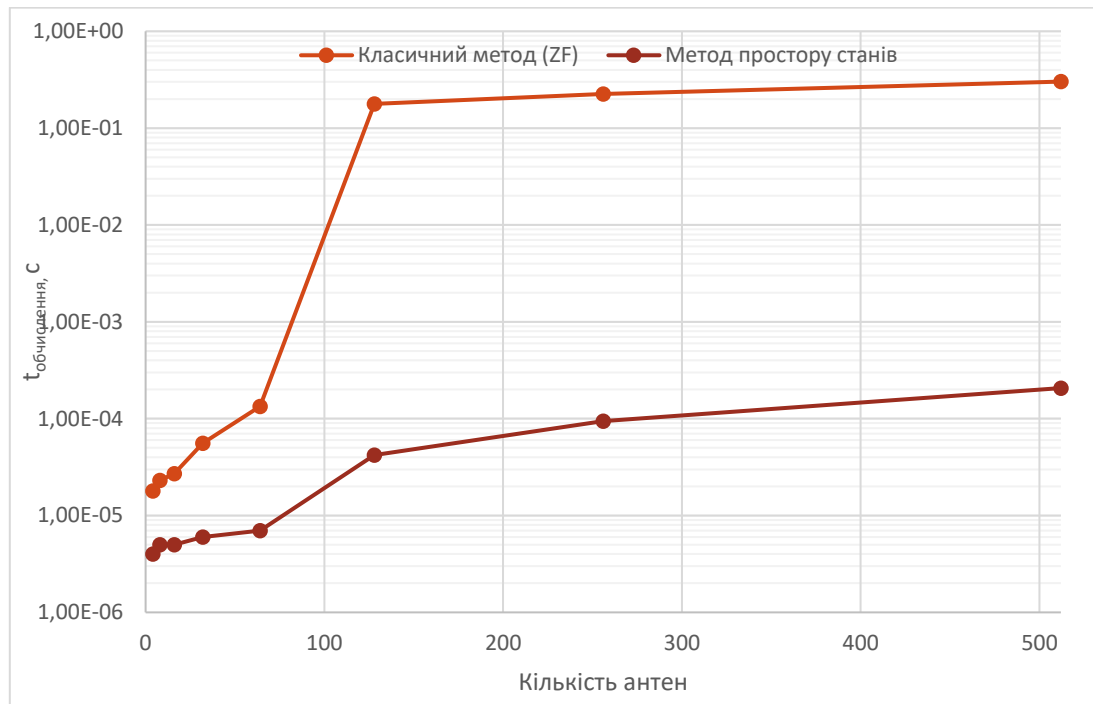


Рис 3. Порівняння обчислювальної складності класичним методом і методом простору станів

Для дотримання ж eMBB, важливою виступає інша властивість методу простору станів. Замість прорахунку каналів з нуля, система зберігає їхні попередні стани, та коригує його на основі нових даних. Це дозволяє заощаджувати багато часу, потрібного на розрахунки, та обробляти величезні потоки даних майже миттєво.

### Висновки

Було детально розглянуто та описано підхід до обробки сигналів методом простору станів. Описані базові поняття та основні принципи методу.

Проведено порівняння класичних методів обробки сигналів із методом простору станів. Практично доведена доцільність використання запропонованого методу в мережах мобільного зв'язку нових і наступних поколінь.

Обґрунтовано доцільність використання методу простору станів для забезпечення сценаріїв uRLLC та eMBB.

### Список використаної літератури:

1. Л.Н. Беркман, Л.О. Комарова, О.І. Чумак. Системи електрозв'язку та сигнали. Навчальний посібник. – Київ: ДУТ, 2015.
2. В. К. Стеклов, Л. Н. Беркман. Теорія електричного зв'язку. – Київ: Техніка, 2006. 552 с.
3. Recommendation ITU-R M.2160-0. Framework and overall objectives of the future development of IMT for 2030 and beyond. Geneva : International Telecommunication Union, 2023. 19 p. URL: <https://www.itu.int/rec/R-REC-M.2160-0-202311-I/en>.
4. Jiang W., Han B., Habibi M. A., Schotten H. D. The Road Towards 6G: A Comprehensive Survey // IEEE Open Journal of the Communications Society. 2021. Vol. 2. P. 334–366. DOI: <https://doi.org/10.1109/OJCOMS.2021.3057679>.

5. Albreem M. A., Juntti M., Shahabuddin S. Massive MIMO Detection Techniques: A Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2019. Vol. 21, No. 4. P. 3109–3132. DOI: <https://doi.org/10.1109/COMST.2019.2935810>.

6. Popovski P., Trillingsgaard K. F., Simeone O., Durisi G. 5G Wireless Network Slicing for eMBB, URLLC, and mMTC: A Communication-Theoretic View // IEEE Access. 2018. Vol. 6. P. 55765–55779. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2872781>.

*Автор статті*

**Фадєєв Микита** – аспірант, Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна.

ORCID: 0009-0006-2067-0660

*Author of the article*

**Fadieiev Mykyta** – postgraduate, State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine.

ORCID: 0009-0006-2067-0660

---

Надійшла до редакції: 10.04.2026

Прийнята до друку: 27.04.2026

Опубліковано: 25.05.2026

© 2026 Фадєєв М.О.

Цей матеріал ліцензовано за умовами CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>