

УДК 621.391.26

DOI: 10.31673/2786-8362.2026.015831

Галаган Н.В., к.т.н; Беркман Л.Н., д.т.н.;
Хаб'юк Н.С., Кулик М.С.

ПОБУДОВА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОГО ЦИФРОВОГО КАНАЛУ ПЕРЕДАЧІ КЕРУЮЧОЇ ІНФОРМАЦІЇ У СУЧАСНИХ МЕРЕЖАХ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ

Halahan N.V., Berkman L.N., Khabiuk N.S., Kulyk M.S. Construction and investigation of an efficient digital channel for transmission of control information in modern data transmission networks. The task of building an effective digital channel for transmitting control information (CCCI) consists of two types of tasks. The first of them is to consider the possibility of using the information transmission channels of network users as CCCI. This type of task is solved by choosing such a channel (with already known information and probabilistic characteristics) that meets the requirements for CCCI to the greatest extent. The second type of task of building an effective CCCI is the development of special channels. This type of task, in turn, is divided into two groups: the first group includes the tasks of creating a special CCCI in another digital channel (which boils down to increasing the noise immunity due to the bandwidth of the channel in which the CCCI is created), the second group includes the tasks of creating a special CCCI based on an analog channel. For the communication network management network of Ukraine, the task is relevant due to the spread of dispatcher communication networks, which are based mainly on analog principles and are characterized by a low level of standardization. Unlike standardized, mostly discrete values of parameters of digital channels, characteristics of analog channels are determined by the transmission medium (metal cable, microwave waveguide, radio) and have a continuous nature. This leads to the need to use optimization mechanisms in those cases where when considering digital channels, the selection of the most suitable from a discrete series of standard values of any parameter was used.

Keywords: digital control information transmission channel (CCH), OFDM, signal demodulator, Active correlation filter, optimal reception, noise immunity of signal constellations

Галаган Н.В., Беркман Л.Н., Хаб'юк Н.С., Кулик М.С. Побудова та дослідження ефективного цифрового каналу передачі керуючої інформації у сучасних мережах передавання даних. Задача побудови ефективного цифрового каналу передачі управляючої інформації (ЦКПУІ) складається з задач двох типів. Першим з них є розгляд можливості застосування каналів передачі інформації користувачів мережі в якості ЦКПУІ. Такий тип задач вирішується шляхом вибору такого каналу (з уже відомими інформаційними і ймовірнісними характеристиками), що відповідає вимогам до ЦКПУІ найбільшою мірою. Другим типом задач побудови ефективного ЦКПУІ є розробка спеціальних каналів. Цей тип задач, у свою чергу, поділяється на дві групи: до першої групи належать задачі створення спеціального ЦКПУІ в іншому цифровому каналі, (що зводиться до підвищення завадостійкості за рахунок пропускнуої спроможності каналу, у якому створюється ЦКПУІ), до другої групи належать задачі створення спеціального ЦКПУІ на основі аналогового каналу. Для мережі управління мережами зв'язку України задача є актуальною внаслідок розповсюдження мереж диспетчерського зв'язку, що базуються здебільшого на аналогових принципах і відрізняються низьким рівнем стандартизації.

На відміну від стандартизованих, здебільшого, дискретних значень параметрів цифрових каналів, характеристики аналогових каналів визначаються середовищем передачі (металевий кабель, НВЧ хвилевід, радіо) і мають безперервний характер. Це приводить до необхідності застосування механізмів оптимізації в тих випадках, де при розгляді цифрових каналів використовувався вибір найбільш придатного з дискретного ряду стандартних значень якогось параметра.

Ключові слова: цифрового каналу передачі управляючої інформації (ЦКПУІ), OFDM, демодулятор сигналів, Активний кореляційний фільтр, оптимальний прийом, завадостійкості сигнальних сузір'їв

Вступ

Важливість ЦКПУІ для функціонування мережі зв'язку, а також значне перевищення обсягу користувацької інформації над керуючою, у більшості випадків обумовлюють більш жорсткі вимоги до надійності, достовірності та затримок передачі керуючих даних, тоді як економічні вимоги є менш критичними порівняно з каналами користувачів. Це дозволяє забезпечити для ЦКПУІ співвідношення середньої потужності сигналу до спектральної

щільності шуму (SNR) понад 10 дБ. За таких умов «сигнал/шум» стає можливим визначення фази сигналу на вході демодулятора з достатньою точністю для застосування квазікогерентної демодуляції, що забезпечує додатковий вигравш у межах 6–8 дБ для багатопозиційних сигналів порівняно з неоптимальними методами прийому. Реалізація квазікогерентного демодулятора відкриває можливість використання модуляції сигналами з ортогональними гармонійними несучими (OFDM), які в умовах обмеженої смуги пропускання мають низку переваг над одноканальним режимом передачі та сигналами з частотним розділенням каналів без перекриття спектрів підканалів:

- стійкість до нерівностей амплітудно-частотної характеристики та нелінійної фазо-частотної характеристики каналу, що дає змогу суттєво спростити амплітудні й фазові коректори або, за наявності достатньої кількості підканалів, повністю від них відмовитися;
- швидке зниження спектральної щільності енергії сигналу за межами смуги пропускання, що зменшує рівень взаємних завад, дозволяє звужити смугу фільтрації та спростити конструкцію смугових фільтрів;
- доцільне використання частотного ресурсу каналу завдяки досягненню максимальної швидкості передавання даних у кожному окремому підканалі;
- можливість збільшення тривалості тактового інтервалу без втрати швидкості передавання, що знижує вплив імпульсних перешкод, завмирань, багатопроменевого поширення та інших спотворень і наближує характеристики шумів до білого шуму;
- можливість вільного розширення системи через впровадження додаткових частотних підканалів та інтеграцію відповідних модулів обробки. Оптимізація ресурсів досягається завдяки використанню уніфікованих функціональних вузлів та консолідації типових операцій;
- скорочення займаної смуги частот сумарного сигналу майже вдвічі щодо класичного ЧРК. Це забезпечує раціональне використання низькочастотного діапазону, який характеризується мінімальним затуханням і низьким рівнем інтерференції в симетричних лініях зв'язку. Зменшення ширини спектра сигналу вдвічі дозволяє пропорційно знизити частоту дискретизації під час цифро-аналогового та аналого-цифрового перетворення, що веде до скорочення обсягу подальших операцій цифрової обробки сигналу.

Швидке перетворення Фур'є (ШПФ), яке зараз використовується для демодуляції OFDM у базовій смузі, дозволяє лінійні перетворення сигналу та вимагає відносно мало операцій обробки. Разом з тим метод ШПФ не усуває необхідності фазової корекції підканалів сигналу, а багаторазове множення та додавання дискретних значень сигналу знижує точність обробки. Крім того, використання ШПФ ускладнює модульне розширення демодулятора шляхом додавання нових частотних підканалів. Тому розробка універсального та квазікогерентного алгоритму демодуляції сигналів OFDM, які долають вищезгадані обмеження, є пріоритетною задачею.

Аналіз останніх досліджень. У сучасних умовах стрімкого розвитку телекомунікаційних технологій значна увага приділяється підвищенню ефективності передачі інформації в умовах впливу завад, багатопроменевого поширення сигналів та обмеженості частотного ресурсу. Особливої актуальності набувають методи багатоканальної передачі, зокрема технології ортогонального частотного мультиплексування, які широко застосовуються в системах зв'язку нового покоління.

У статтях [1-2] основна увага приділяється дослідженню концепцій розвитку мобільного зв'язку шостого покоління (6G). У цих роботах розглянуто теоретичні засади побудови мереж 6G, визначено ключові технології, серед яких терагерцові діапазони, штучний інтелект та нові підходи до організації радіоінтерфейсу. Окремо проаналізовано можливі сфери застосування та проблеми впровадження, що формують базу для подальших досліджень у напрямі обробки сигналів та оптимального прийому.

У працях сучасних дослідників і в статтях [3-5] розглядаються питання підвищення завадостійкості сигналів і надійності передачі даних у телекомунікаційних системах. Основна увага приділяється оптимізації спектральної ефективності, зменшенню

міжсимвольних інтерференцій, а також застосуванню методів корекції помилок, зокрема сучасних завадостійких кодів і алгоритмів їх декодування.

Значна частина досліджень присвячена вдосконаленню алгоритмів обробки сигналів, адаптивній модуляції та кодуванню, а також методам компенсації спотворень, спричинених характеристиками каналу зв'язку. Запропоновані підходи дозволяють істотно знизити ймовірність помилок під час передачі інформації в умовах шумів і завад, що є важливим для побудови надійних каналів передачі керуючої інформації.

У статтях [6-8] досліджуються новітні методи демодуляції сигналів у перспективних телекомунікаційних системах. Показано, що традиційні підходи, зокрема на основі швидкого перетворення Фур'є, не завжди забезпечують необхідну ефективність у сучасних умовах, які характеризуються використанням надвисоких частот, складних типів модуляції та високою щільністю користувачів. У зв'язку з цим пропонуються альтернативні алгоритми обробки сигналів, орієнтовані на підвищення завадостійкості та зменшення обчислювальної складності.

Незважаючи на значну кількість наукових досліджень у цій галузі, питання вдосконалення методів демодуляції та підвищення достовірності передачі інформації в умовах складних каналів зв'язку залишаються актуальними і потребують подальшого розвитку. Зокрема, особливої уваги потребують підходи до спрощення апаратної реалізації систем із одночасним забезпеченням високої ефективності та надійності.

Постановка завдання. У даній статті запропоновано методи підвищення достовірності передавання інформації в системах управління. Показано яким чином здійснюється побудова ефективного цифрового каналу передавання керуючої інформації на базі багатопозиційних сигналів. Запропоновані у статті методи оптимального прийому забезпечують суттєве підвищення достовірності передачі даних для визначеного відношення сигнал/шум SNR.

Метою роботи є підвищення завадостійкості та достовірності передачі керуючої інформації шляхом розробки ефективного цифрового каналу на основі багатопозиційних OFDM-сигналів із використанням удосконалених алгоритмів демодуляції та оптимального прийому.

Виклад основного матеріалу дослідження

Проектування демодулятора OFDM-сигналів передбачає реалізацію таких обов'язкових умов:

Умова «1» - демультимплексування складових підканалів у межах загального OFDM-сигналу;

Умова «2» - мінімізація обчислювальної складності нелінійної обробки прийнятого сигналу;

Умова «3» - ефективна стійкість до впливу білого шуму при прийомі вузькосмугових багатопозиційних сигналів;

Умова «4» - оптимальне використання обчислювального потенціалу цифрових сигнальних процесорів (DSP);

Умова «5» - поетапне розширення системи через додавання нових частотних підканалів до групового сигналу;

Умова «6» - гнучкість щодо вибору та використання сигнальних сузір'їв;

Умова «7» - не потрібно здійснювати фазове узгодження сигналу для кожного частотного підканалу окремо.

Реалізація умов "1" та "2" можлива виключно через розділення сигналів підканальної частоти на першому етапі обробки OFDM-сигналу. Тому перший демодуляційний блок виступає окремим фільтром підканальної частоти, що повинен:

- застосувати активний кореляційний фільтр, який забезпечує розподіл сигналів субканального сигналу без втрат та зберігає можливість використання оптимальних методів прийому;

- бути незалежним від інших фільтрів;
- підканал не пов'язаний із серійним номером

Фільтри фактично реалізують процес знаходження проєкцій прийнятого сигналу на дві взаємно ортогональні опорні функції. Ці опорні сигнали – це дві гармоніки з частотою, що дорівнює несучій частоті ($\omega_0 t$) та зсунуті по фазі на $\pi/2$. Один із сигналів формується у опорному генераторі як $\cos(\omega_0 t + \Delta\phi)$, тоді як другий $\sin(\omega_0 t + \Delta\phi)$ отримується шляхом його фазового зсуву на $\pi/2$. У сучасних цифрових сигнальних процесорах ці проєкції сигналу на опорні гармоніки найчастіше розраховуються за допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ). Для універсальних процесорів та апаратних рішень ефективними є інтеграторні схеми зі скиданням нульової точки, які в цифровій реалізації зводяться до підсумовування добутків дискретних відліків прийнятого сигналу на відповідні значення опорних коливачів.

За результатами n -го такту на виходах фільтрів фіксуються кореляційні інтеграли X_{0n} та Y_{0n} . Вони відображають проєкції вхідного сигналу на опорні гармоніки в межах поточного кроку (1):

$$\left. \begin{aligned} X_{0n}(t) &:= \int_{(n-1)T}^{nT} X(t) \cdot \cos(\omega t + \phi_0) dt; \\ Y_{0n}(t) &:= \int_{(n-1)T}^{nT} X(t) \cdot \sin(\omega t + \phi_0) dt. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Оптимальний алгоритм відновлення рівномірних сигналів із сузір'я з кратністю m для каналу білого шуму формулюється наступним чином: якщо нерівність виконується для всіх $i \neq j$, то рішення приймається на користь сигналу $S_i(t)$.

$$\int_0^T [X(t) - S_i(t)]^2 dt < \int_0^T [X(t) - S_j(t)]^2 dt, \quad (2)$$

де $X(t)$ - прийнятий сигнал, T - тривалість сигналу, чи у стислій формі:

$$i := \arg \min \left[\int_0^T [X(t) - S_j(t)]^2 dt \right]_j \quad j = \overline{1, m}. \quad (3)$$

Для сигналів, представлених як проєкції опорних гармонік (1), вираз (3) набуває такого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} i &:= \arg \min [(X_{0n} - X_j)^2 + (Y_{0n} - Y_j)^2]; \\ X_j &:= \int_0^T S_j(t) \cdot \cos(\omega t + \phi_j) dt; \\ Y_j &:= \int_0^T S_j(t) \cdot \sin(\omega t + \phi_j) dt, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де X_j та Y_j - проєкції точок сузір'я на опорні гармоніки.

Таким чином, для реалізації оптимального прийому можна безпосередньо використовувати сигнали з виходів пари активних фільтрів, не виконуючи додаткових перетворень, що відповідає умові "2". У випадку схеми прийняття рішень, яка забезпечує оптимальний прийом згідно (4), потрібні зразки всіх сигналів сузір'я (X_j, Y_j). Щоб отримати ці зразки з прийнятого сигналу, застосовують методи приведення його до одного з сигналів сузір'я (так званий пілот-сигнал) та усереднення оцінки для зменшення впливу завад. Для цього, використовуючи значення сигналу $a_{n-1} \cos(\omega t + \Delta\phi_{n-1})$, на користь якого демодулятор прийняв рішення у попередньому тактовому інтервалі ($n-1$), обчислюють проєкції пілот-сигналу X_1 та Y_1 відповідно до виразу.

$$\left. \begin{aligned} X_1 &:= X_{0n} \\ Y_1 &:= Y_{0n} \end{aligned} \right\} n = 1; \\ \left. \begin{aligned} X_1 &:= \frac{a_{n-1}}{a_j} \cdot (X_{0n} \cdot \cos(\Delta\phi_{n-1}) + Y_{0n} \cdot \sin(\Delta\phi_{n-1})) \\ Y_1 &:= \frac{a_{n-1}}{a_j} \cdot (Y_{0n} \cdot \cos(\Delta\phi_{n-1}) - X_{0n} \cdot \sin(\Delta\phi_{n-1})) \end{aligned} \right\} n \neq 1, \quad (5)$$

де a_j – амплітуди варіантів сигналів сузір'я; $\Delta\phi_{n-1}$ - Зсув фаз між вибірками приведенного сигналу та тим сигналом, який демодулятор обрав як правильний на тактовому інтервалі $n-1$.

Коефіцієнт амплітуд визначається як відношення a_{n-1}/a_j , а різниця фаз між пілот-сигналом та іншими сигналами сузір'я є фіксованою та відомою заздалегідь. Схема віднімання пілот-сигналу (СВПС) реалізується за допомогою таблиці, що містить пари значень $K1$ та $K2$. Ці значення є нормованими проєкціями очікуваного сигналу демодулятора на пілот-сигнал у часовому інтервалі $(n-1)$. Вибір конкретних значень залежить від рішення, прийнятого демодулятором на попередньому кроці, що дозволяє перетворити рівняння (5) на (6).

$$\left. \begin{aligned} K1 &= \frac{a_1}{a_{n-1}} \cdot \cos(\Delta\phi_{n-1}); \\ K2 &= \frac{a_1}{a_{n-1}} \cdot \sin(\Delta\phi_{n-1}); \\ X_1 &:= X_{0n} \\ Y_1 &:= Y_{0n} \end{aligned} \right\} n = 1; \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} X_1 &:= K1X_{0n} + K2Y_{0n} \\ Y_1 &:= K1Y_{0n} + K2X_{0n} \end{aligned} \right\} n \neq 1.$$

У сучасних цифрових сигнальних процесорах кожна проєкція може обчислюватися за допомогою однієї операції типу (множення-додавання). При цьому в процесі демодуляції використовуються не абсолютні амплітуди сигналів, а їхні відношення, що залишаються сталими незалежно від загасання. Значення (X_1, Y_1) усереднюються у суматорах-накопичувачах протягом M останніх тактових інтервалів за методом зсуваючогося вікна. Таке усереднення за формулою (7) забезпечує отримання найбільш релевантної оцінки (X_1, Y_1) із суміші сигналу та гаусівського шуму.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_1(n) &:= \frac{1}{n} \left[X_1 + \sum_{i=1}^{n-1} X_1(i) \right] \\ \tilde{Y}_1(n) &:= \frac{1}{n} \left[Y_1 + \sum_{i=1}^{n-1} Y_1(i) \right] \end{aligned} \right\} n \leq M; \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_1(n) &:= \frac{1}{M} \cdot \left[X_1 + \sum_{i=n-M}^{n-1} X_1(i) \right] \\ \tilde{Y}_1(n) &:= \frac{1}{M} \cdot \left[Y_1 + \sum_{i=n-M}^{n-1} Y_1(i) \right] \end{aligned} \right\} n > M.$$

Цілком зрозуміло, що за умови стаціонарності ймовірнісних характеристик каналу на інтервалі $\Delta t = M_n$, збільшення числа інтервалів усереднення M підвищує точність оцінювання. Якщо прийняти M рівним кількості тактових інтервалів n , що минули з моменту останньої корекції параметрів передачі, то шляхом спрощення математичних виразів можна отримати рекурентний алгоритм роботи суматорів для каналу зі сталими параметрами

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_1(n) &:= \left(1 - \frac{1}{n} \right) \cdot [X_1(n-1) + X_1]; \\ \tilde{Y}_1(n) &:= \left(1 - \frac{1}{n} \right) \cdot [Y_1(n-1) + Y_1]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

За нестаціонарних умов параметри сигналів, що знаходяться далеко один від одного в часі, менш корельовані; тому процес усереднення необхідно виконувати з використанням вагових коефіцієнтів λ , які залежать від часу, що минув з інтервалу тактової частоти: чим

довший час, що минув, тим менша вага присвоюється параметрам сигналу під час усереднення (тобто $\lambda_i > \lambda_{i+k}$, $k=1, 2..n-i-1$).

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_1(n) &:= \frac{1}{n} \cdot \left[\lambda_0 \cdot X_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{n-i} \cdot [X_1(i)] \right]; \\ \tilde{Y}_1(n) &:= \frac{1}{n} \cdot \left[\lambda_0 \cdot Y_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_{n-i} \cdot [Y_1(i)] \right]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

На основі усереднених проєкцій пілот-сигналу, визначених за виразами (8) або (9) залежно від властивостей каналу, здійснюється формування усереднених проєкцій X_j та Y_j для всіх інших сигналів сузір'я:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{X}_j &:= \frac{a_j}{a_1} [\tilde{X}_1 \cdot \cos(\Delta\phi_j) - \tilde{Y}_1 \cdot \sin(\Delta\phi_j)]; \\ \tilde{Y}_j &:= \frac{a_j}{a_1} [\tilde{X}_1 \cdot \sin(\Delta\phi_j) + \tilde{Y}_1 \cdot \cos(\Delta\phi_j)]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Відношення амплітуд пілот-сигналу до всіх інших сигналів у сузір'ї дорівнює a_j/a_1 , а різниця фаз між ними дорівнює $\Delta\phi_j$, тому вираз (10) стає виразом (11), а генератор проєкції відліків сигналу сузір'я (X_j, Y_j) реалізовано на сигнальному процесорі $2(j-1)$ з використанням операції "множення-додавання".

$$\left. \begin{aligned} X_j &:= \tilde{X}_1 K2_j - \tilde{Y}_1 K1_j; \\ Y_j &:= \tilde{X}_1 K1_j + \tilde{Y}_1 K2_j; \\ K1 &:= \frac{a_j}{a_1} \cdot \sin(\Delta\phi_j); \\ K2 &:= \frac{a_j}{a_1} \cdot \cos(\Delta\phi_j), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

де $K1$ і $K2$ – це зменшені проєкції сигналу j на пілотний сигнал.

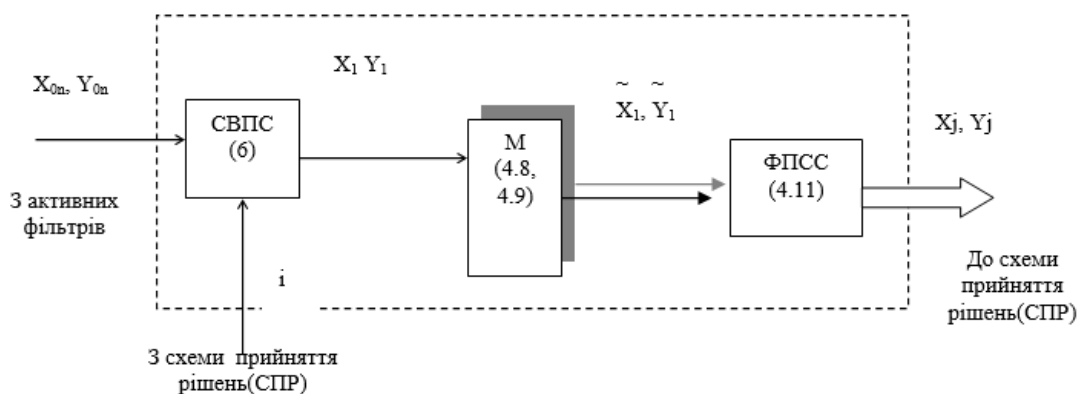


Рис. 1. Схема побудови формувача сигналів сузір'я

На рисунку 1 представлена схема побудови пристрою, що формує еталонні зразки сигналів сузір'я. Робота схеми базується на обробці проєкцій X_{0n}, Y_{0n} , отриманих від активних фільтрів на попередньому кроці. Паралельно на другий вхід подається індекс i , визначений схемою прийняття рішень (СРР) шляхом зіставлення вхідних даних із поточними еталонами X_j, Y_j . На основі цих параметрів СВПС обчислює компоненти пілот-сигналу X_1, Y_1 (вираз 6). Щоб мінімізувати вплив шумів, ці значення проходять через суматори-накопичувачі, де усереднюються за методом ковзного вікна протягом тактового інтервалу M . Залежно від стану каналу (стаціонарний чи нестаціонарний), застосовуються

алгоритми (8) або (9). Середні значення проєкцій пілотного сигналу з виходів суматорів-накопичувачів передаються до блока формування проєкцій сузір'я (ФПСС), який реалізує співвідношення (11). Сформовані на його виході компоненти X_j та Y_j далі надходять на вхід СПР відповідно до схеми на рисунку 2:

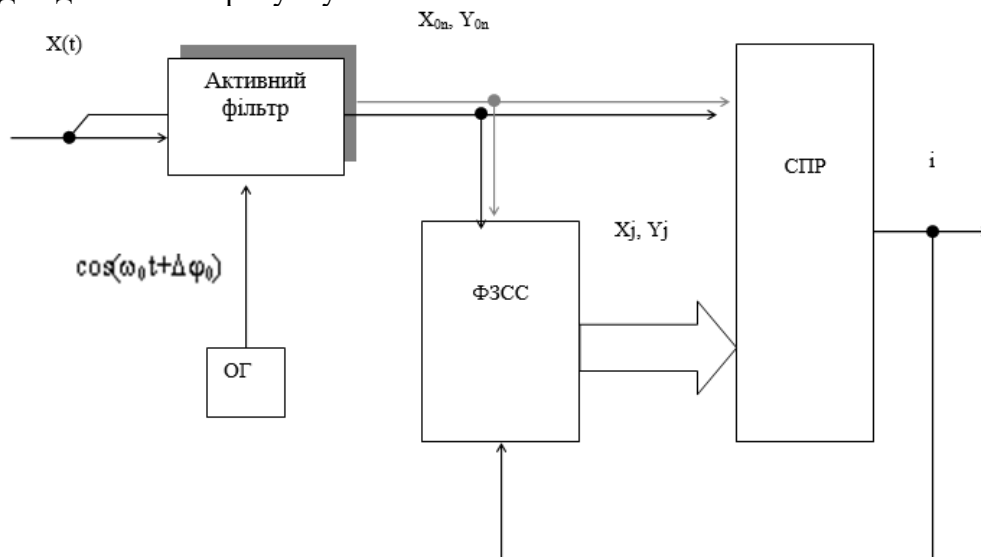


Рис. 2. Схема організації демодуляції на рівні окремої піднісної частоти OFDM

Схема демодулятора підканалу повністю відповідає всім переліченим умовам:

- сигнали окремих підканалів виділяються із сумарного сигналу за рахунок використання кореляційних фільтрів активного типу, що забезпечує можливість індивідуального налаштування параметрів передачі для кожного підканалу;
- сигнал підканалу не зазнає додаткових перетворень і безпосередньо використовується при прийнятті рішення, що дозволяє уникнути втрат точності, пов'язаних із подальшою обробкою;
- прийняття рішення демодулятором здійснюється відповідно до правила Котельникова, що забезпечує його оптимальність і максимально можливу завадостійкість у каналі з білим шумом;
- реалізація алгоритму демодуляції не потребує значних обчислювальних ресурсів;
- передбачена можливість масштабування демодулятора шляхом додавання окремих модулів для обробки додаткових частотних підканалів;
- підтримується використання різних сигнальних сузір'їв за рахунок завантаження відповідних таблиць коефіцієнтів у блоки SVPS та FPSS;
- застосування усереднення пілот-сигналу з урахуванням амплітудних коефіцієнтів і компенсації впливу завад усуває необхідність додаткового коригування амплітуди та фази сигналу.

Завадостійкість залежить, перш за все, від методу прийому та типу переданих сигналів. Запропонований демодулятор пропонує завадостійкість, близьку до теоретично можливої. Це обмеження пов'язане з тим, що оцінювачі вибірки сигналу, що використовуються в процесі прийняття рішень, не є завадостійкими. Тому покращення продуктивності каналу на фізичному рівні слід досягати шляхом вибору оптимальних сузір'їв сигналів.

Теоретична оцінка імовірності помилок розрізнення сигналів для оптимальних сузір'їв. Хоча максимальне співвідношення сигнал/шум при послідовному прийнятті рішень за правилом Котельникова вимагає щонайменше $20/P^*$ варіантів для моделювання кожного сигналу з достатньою точністю: де P^* – усереднене значення ймовірності помилки при розрізненні сигналу для заданого співвідношення сигнал/шум, статистичні розрахунки в області високих співвідношень сигнал/шум (де характеристики кодів обробки найбільш чітко виділяються) вимагають великої кількості вимірювань. Тому розрахунки виконуються аналітично шляхом інтегрування двовимірної функції щільності ймовірності значення

змішування сигналу з білим шумом у полях сигналів. Ці розрахунки дозволяють визначити як ймовірність помилки в розрізненні кожної пари сигналів у сузір'ї, так і ймовірність помилки в кожному двійковому біті кодів сигналів. Математичний опис функцій розподілу для миттєвих значень інформаційного сигналу (x, y) в умовах впливу білого шуму наведено у формулі (12):

$$\omega(x) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot x \cdot \sigma_x}} \cdot e^{-\left[\frac{(\bar{x}-x)^2}{2(\sigma_x)^2}\right]};$$

$$\omega(y) := \frac{1}{\sqrt{2 \cdot x \cdot \sigma_y}} \cdot e^{-\left[\frac{(\bar{y}-y)^2}{2(\sigma_y)^2}\right]}.$$
(12)

Оскільки параметри розподілу ймовірностей шумових значень не залежать від вибору системи координат приймача:

$$\sigma_e = \sigma_x = \sigma \quad (13)$$

Функції повного розподілу матимуть такий вигляд:

$$F(X) := \int_{-\infty}^x \omega(x) dx = \frac{1}{2 \cdot x} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{x}-x)}{\sigma}\right];$$

$$F(Y) := \int_{-\infty}^y \omega(y) dy = \frac{1}{2 \cdot x} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi(Z) = \Phi\left[\frac{(\bar{y}-y)}{\sigma}\right],$$
(14)

де $\Phi(Z)$ – інтеграл Лапласа.

У QAM-сузір'ях області сигналів (крім крайових точок) мають форму квадратів, центри яких збігаються з положенням сигнальних точок, а сторони розташовані перпендикулярно до відрізків, що з'єднують ці точки. У такому випадку, відповідно до базових принципів теорії ймовірностей, загальна ймовірність прийняття рішення на користь точки "J", коли передається сигнал, що відповідає точці "I", у каналі з білим шумом визначається спільною ймовірністю:

$$P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}} = (\Phi((x_a - x_i)/\sigma) - \Phi((x_e - x_i)/\sigma)) (\Phi((y_c - y_i)/\sigma) - \Phi((y_e - x_i)/\sigma)), \quad (15)$$

де: $P_{x_{ij}}$ – ймовірність того, що сигнальна точка на виході каналу білого шуму, якщо на вході каналу присутній сигнал I, проектується на інтервал координат x , який належить до області навколо точки J; $P_{y_{ij}}$ – ймовірність того, що сигнальна точка на виході каналу білого шуму, якщо на вході каналу присутній сигнал I, проектується на інтервал координат y , який належить до області навколо точки J; $\Phi((x_a - x_i)/\sigma)$ – значення функції Лапласа, де вагомим параметром є відношення різниці координат x точок A та I по відношенню до дисперсії білого шуму ($\sigma = \sqrt{P_z}$, де P_z – середня потужність перешкоди).

Враховуючи, що $\Delta x = x_j - x_i$, $\Delta y = y_j - y_i$ та врахувавши, що $x_a - x_i = 0.5d0e$, $x_e - x_i = 0.5d0e$, $y_c - y_i = 0.5d0e$, $y_e - y_i = 0.5d0e$, отримаємо:

$$P_{ij} = (\Phi((\Delta x + 0.5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta x - 0.5d0e)/\sigma)) (\Phi((\Delta y + 0.5d0e)/\sigma) - \Phi((\Delta y - 0.5d0e)/\sigma)). \quad (16)$$

У формулі (16) описано залежність ймовірності вибору непериферійної точки сузір'я QAM з координатами $(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)$, коли сигнал (x_i, y_i) проходить канал із білим шумом.

Формулу для обчислення периферійних точок на колі дещо спрощено. У формулі (16), якщо одна зі змінних x_a, x_b, y_b або y_c приймає значення «0» або «1» залежно від положення точки, один з інтегралів Лапласа приймає значення "0" або "1". Незалежно від значення одного з інтегралів Лапласа ("0" або "1"), значення однієї з можливостей $P_{x_{ij}}$ або $P_{y_{ij}}$ залишається незмінним

$$P_{x_{ij}} = \Phi((\Delta x + 0.5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta x - 0.5d0e)/\sigma);$$

$$P_{y_{ij}} = \Phi((\Delta y + 0.5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta y - 0.5d0e)/\sigma);$$

$$P_{ij} = P_{x_{ij}} P_{y_{ij}}.$$
(17)

Таким чином, властивості геометричної симетрії, притаманні сигнальному сузір'ю, транслюються у відповідну симетрію показників імовірності виникнення помилок. Обчислення випадкових кутових точок ще більше спрощується. У цьому випадку значення $\pm\infty$ у рівнянні (16) приймається не однією зі змінних x_a , x_b , y_b або y_c , а двома з них. Отже, два інтеграли Лапласа приймають значення «0» або «1». В результаті ймовірності P_{xij} та P_{yij} приймають такі значення:

$$\begin{aligned} P_{xij} &= \Phi((\Delta x + 0.5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta x - 0.5d0e)/\sigma); \\ P_{yij} &= \Phi((\Delta y + 0.5d0e)/\sigma) = 1 - \Phi((\Delta y - 0.5d0e)/\sigma); \\ P_{ij} &= (1 - \Phi((\Delta x - 0.5d0e)/\sigma))(1 - \Phi((\Delta y - 0.5d0e)/\sigma)). \end{aligned} \quad (18)$$

Задача вирішується аналогічно для сузір'я НАР. Різниця полягає у змінних межах інтегралів функції розподілу ймовірностей, що зумовлено гексагональною формою областей сигналу. На рисунку 3 наведено графіки залежності середньої за сузір'ям ймовірності помилки у двійковому розряді на виході каналу зв'язку.

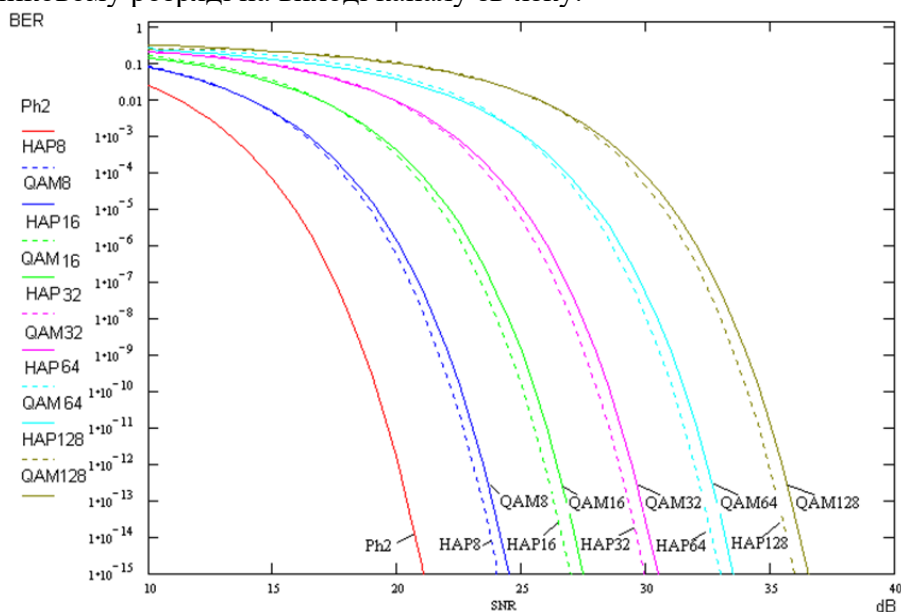


Рис. 3. Абсолютний виграш у ймовірності помилки у двійковому розряді

Висновки

У статті запропоновано метод побудови ефективного цифрового каналу передачі управляючої інформації, що забезпечує високу швидкість і завадостійкість.

Розроблено універсальні алгоритми когерентної та квазікогерентної обробки OFDM-сигналів, які при SNR > 10 дБ дозволяють підвищити енергетичну ефективність на 6-8 дБ порівняно з неоптимальними методами. Запропонований алгоритм демодуляції є більш гнучким та ефективним, ніж підхід на основі ШПФ.

Також розроблено оптимальні алгоритми прийому на основі максимально правдоподібної оцінки, сигнальні сузір'я з підвищеною завадостійкістю та метод підвищення ефективності блокових кодів у системах зі зворотним зв'язком.

Результати моделювання підтвердили високу завадостійкість і ефективність запропонованих рішень, що робить їх перспективними для застосування в сучасних телекомунікаційних мережах України.

Список використаних джерел:

1. В.П. Шульга, Л.Н. Беркман, Н.В. Руденко, К.С. Нестеренко, О.Г. Варфоломеєва, Н.С. Хаб'юк. Сучасні методи передачі та обробки інформації в інфокомунікаційних мережах: навч. метод. Посібник — К.: ДУІКТ, 2024. — 477 с.
2. Wang, J., Li, X., & Chen, Y. "Advances in 6G Wireless Communication Systems: Theory and Application". IEEE Communications Magazine, 2023.

3. Zhang, H., & Shi, Q. "Deep Learning for Signal Processing: A Comprehensive Overview". IEEE Signal Processing Magazine, 2023.
4. Liu, Y., & He, B. "Quantum Communications: Challenges and Future Directions". Journal of Quantum Information Science, 2023.
5. Tang, F., & Li, H. "Error Correction in Deep Neural Networks for Signal Processing". IEEE Transactions on Communications, 2023.
6. Wang, Y., & Liu, T. "High-Efficiency Demodulation Techniques for 6G Applications". Journal of Communications and Networks, 2023.
7. Yang, K., & Zhao, J. "Optimizing Channel Capacity in 6G Networks Using Deep Learning". IEEE Transactions on Communications, 2023.
8. Zhang, F., & Liu, H. "Error-Correcting Codes for Quantum Communication Networks". IEEE Transactions on Communications, 2023.

Автори статті

Галаган Наталія – кандидат технічних наук, доцент, Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна.

ORCID: 0000-0001-8582-3126

Беркман Любов – доктор технічних наук, професор, Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна.

ORCID: 0000-0002-6772-1596

Хаб'юк Наталія – старший викладач, Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна.

ORCID: 0009-0005-7917-5528

Кулик Михайло – аспірант, Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна.

ORCID 0009-0006-1510-8024

Authors of the article

Halahan Natalia – Candidate of Sciences (technical), Associate Professor, State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine.

ORCID: 0000-0001-8582-3126

Berkman Lyubov – Doctor of Sciences (technical), Professor, State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine.

ORCID: 0000-0002-6772-1596

Khabiuk Natalia – senior lecturer, State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine.

ORCID: 0009-0005-7917-5528

Kulyk Mykhailo – postgraduate, State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine.

ORCID 0009-0006-1510-8024

Надійшла до редакції: 27.04.2026

Прийнята до друку: 29.04.2026

Опубліковано: 25.05.2026

© 2026 Галаган Н.В., Беркман Л.Н., Хаб'юк Н.С., Кулик М.С.

Цей матеріал ліцензовано за умовами CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>