

УДК 004.8:65.05:681.5

DOI: 10.31673/2786-8362.2024.022037

Абрамович О.О., к.т.н.; Білак Н.В., к.т.н.

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ДИСКРЕТНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ СТРАТОСФЕРИЧНИМ АЕРОСТАТОМ

**Abramovych O.O., Bilak N.V. Modeling and optimization of a discrete stratospheric balloon control system.** The article is devoted to parametric optimization of digital flight control systems from the point of view of achieving the necessary compromise between their robustness and operational characteristics. This compromise can be achieved using the modern approach of multi-model - reliable optimization for discrete control systems. To achieve the optimization goal, nominal and parametrically perturbed object models were obtained, and the created control system was simulated taking into account all the nonlinearities inherent in the real system and wind turbulence, which is mathematically represented in the work by the Dryden model. The effectiveness of the proposed optimization approach is illustrated by the example of digital flight control of a balloon. In the analytical synthesis procedure, only linearized models of the balloon, power drives and controller were taken into account.

**Keywords:** parametric optimization, control system, balloon, atmospheric turbulence, robustness, quality

**Абрамович О.О., Білак Н.В. Моделювання та оптимізація дискретної системи управління стратосферичним аеростатом.** Стаття присвячена параметричній оптимізації цифрових систем керування польотом з точки зору досягнення необхідного компромісу між їх робастністю та експлуатаційними характеристиками. Цей компроміс може бути досягнутий за допомогою сучасного підходу багатомодельної – надійної оптимізації для дискретних систем керування. Для досягнення мети оптимізації отримано номінальну і параметрично збурені моделі об'єкта, проведено моделювання створеної систему управління із урахуванням всіх нелінійностей, що притаманні реальній системі та турбулентності вітру, яка математично представлена у роботі моделлю Драйдена. Ефективність запропонованого оптимізаційного підходу проілюстровано на прикладі цифрового керування польотом аеростату. В аналітичній процедурі синтезу прийняті до увагу тільки лінеаризовані моделі аеростата, силових приводів і регулятора.

**Ключові слова:** параметрична оптимізація, система управління, аеростат, турбулентність атмосфери, робастність, якість

### Вступ

Останнім часом стратосферичний аеростат все частіше розглядається як багатообіцяюча платформа для майбутнього застосування з метою телезв'язку і спостереження навколишнього середовища. Передбачається, що такий повітряний корабель використовуватиме сонячну перезаряджаючу енергію протягом декількох років польоту, як удень, так і вночі. У світі аеростати використовують у різних напрямках.

**Аналіз останніх досліджень.** У даний час стратосферна платформа аеростата (СПА) дуже важлива для збільшення продуктивності мереж зв'язку. Саме тому деякі розвинуті країни такі як США, Японія і Південна Корея запустили проекти, які мають на меті дослідження, розвиток і створення аеростатів такого типу [1]. Найважливішою задачею, що повинна бути вирішена в цих проектах, є стабілізація аеростата на заданій висоті в близькості від певного заздалегідь обраного пункту в земній системі координат. Ця задача може бути вирішена тільки з автоматичними системами управління, що працюють у стохастичному навколишньому середовищі, яке можна охарактеризувати з погляду проблем управління двома головними факторами: впливом зовнішніх атмосферних збурювань (стохастичні стратосферні вітри [7-8]) і внутрішніх параметричних коливань, що змінюють динаміку аеростата. Тому необхідні показники робастності і точності системи управління при стохастичних збуреннях навколишнього середовища повинні бути високоякісними в стратегії проектів. Для забезпечення працездатності такої системи, при конструюванні законів управління необхідно домагатися компромісу між точністю системи і її робастністю. З цією метою застосовується

$H_2/H_\infty$  багатомодельний підхід. У відомій раніше літературі  $H_2/H_\infty$  багатомодельний підхід застосовувався для неперервних систем управління аеростатом [1].

**Метою роботи** є синтез цифрової системи управління аеростатом, що був розроблений в Корейському Науково-Дослідному Аерокосмічному Інституті та описана в [1]. Для досягнення поставленої мети необхідно отримати номінальну і параметрично збурені моделі об'єкта, отримати алгоритмічне та програмне забезпечення процедури синтезу, промодельовати створену систему управління із урахуванням всіх нелінійностей, що притаманні реальній системі.

### Виклад основного матеріалу дослідження.

Метод стабілізації в заданій точці оснований на припущенні того, що аеростат вирівняний по напрямку вітру і сила тяги буде компенсувати силу вітру. З деяких недавніх публікацій [3,4] відомо, що у випадку маленької повітряної швидкості ефективності аеродинамічних управляючих поверхонь недостатньо для управління положенням аеростата. У цьому випадку вектор тяги розглядається як головне вхідне управління поряд із традиційними аеродинамічними поверхнями. З іншого боку, коли дійсна повітряна швидкість приблизно дорівнює її номінальній величині ( $v_t = 20 \text{ м/сек}$ ), вектор тяги набагато менш ефективний чим аеродинамічні поверхні, тоді в цьому випадку краще використовувати тільки їх. Саме тому, закон управління визначений фактичною швидкістю вітру на даній висоті, що має випадкову величину. Аеродинамічне дослідження показує, що якщо дійсна повітряна швидкість менша ніж  $v_t = 10 \text{ м/сек}$ , то необхідно використовувати вектор тяги разом із традиційними поверхнями управління, інакше потрібно використовувати тільки останні. У даній статті розглядається основний випадок (без вектора тяги).

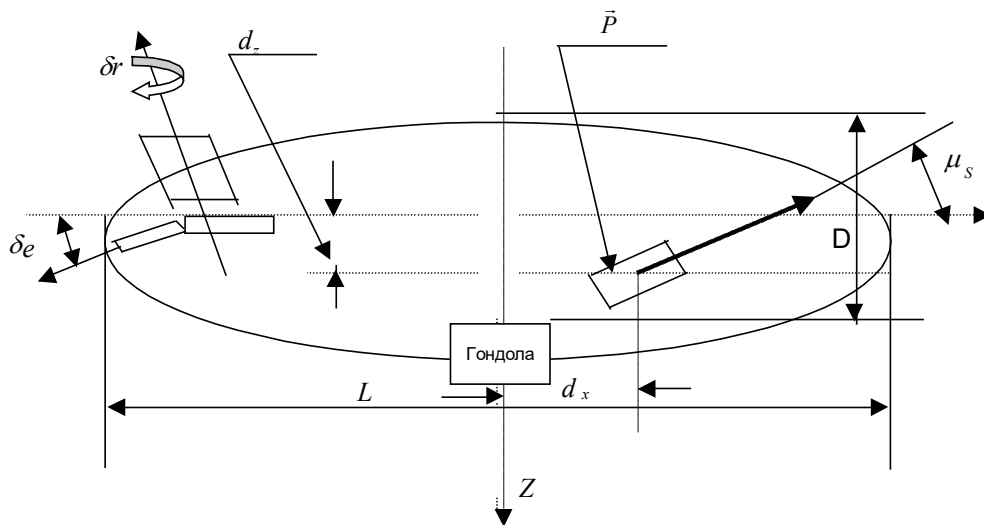


Рис. 1. Схематичне зображення аеростата

На рис. 1 показано схематичне зображення розглянутого аеростата. Він обладнаний кермом напрямку ( $\delta_r$ ), кермом висоти ( $\delta_e$ ) і двигунами малої тяги з двох сторін (правий і лівий борт, на рис.1 представлений тільки правий двигун малої тяги). Вектор тяги досягається нахиланням обох (правого і лівого) двигуна малої тяги на кут  $\mu_s = \mu_p = \mu$ . З попередніх розумінь  $\mu = 0$ . У цьому методі вектор управління – 2D-вектор:  $U_c = [\delta_{th}, \delta_e]'$ , де його перший компонент – значення сили тяги, що може змінюватися в діапазоні  $\pm 5$  (чи  $\pm 50\%$  від розрахункового номінального значення  $T_0 = 1380 \text{ N}$  в урівноваженому стані на висоті 3 км і  $v_t = 20 \text{ м/сек}$ ). На тій же висоті і при  $v_t = 10 \text{ м/сек}$  урівноважене значення збуреної тяги

дорівнює  $T_0^p = 345N$ . Місце розташування двигунів малої тяги щодо центра мас визначається трьома відстанями  $d_x = 8,925m, d_y = 6,5m$  (це на показано на рис.1),  $d_z = 3,75m$ . Інші важливі розміри – діаметр і довжина корпусу:  $D=12,5m, L=50m$ . Маса аеростата 2600 кг, моменти інерції (в)  $кг \cdot м^2$ :  $J_x = 75000, J_y = 570000, J_z = 550000$ .  $\vec{P}$  – вектор тяги. Модель поздовжньої динаміки розрахована з відомого підходу, описаного в роботах [8].

Як відомо, найпростіший опис турбулентного вітру можна зробити за допомогою моделі Драйдена, яка представляє  $u_g$ , вертикальну  $w_g$  та бічну  $v_g$  компоненти вектора миттєвої швидкості вітру як стаціонарний випадковий процес із наступними спектральними щільностями:

$$S_{u_g}(\omega) = \frac{2\sigma_u^2 L u}{U_o \pi} \cdot \frac{1}{(1 + \tau_u^2 \omega^2)}; \quad S_{v_g}(\omega) = \frac{\sigma_v^2 L v}{U_o \pi} \cdot \frac{1 + 3 \cdot \tau_v^2 \cdot \omega^2}{(1 + \tau_v^2 \omega^2)^2} \quad (1)$$

$$S_{w_g}(\omega) = \frac{\sigma_w^2 L w}{U_o \pi} \cdot \frac{1 + 3 \cdot \tau_w^2 \cdot \omega^2}{(1 + \tau_w^2 \omega^2)^2}; \quad \tau_u = \frac{L u}{U_o}; \quad \tau_v = \frac{L v}{U_o}; \quad \tau_w = \frac{L w}{U_o};$$

де  $L_u, L_v, L_w$  відповідні масштаби турбулентності,  $U_o$  постійна швидкість літака,  $\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$  с. к. з. відповідних компонент швидкості. Ці процеси можуть бути представлені як виходи формуючих фільтрів, входи яких збуджуються некоррельованими білими шумами:  $\eta_x, \eta_y, \eta_z$ . Вертикальна швидкість  $w_g$  може бути легко перерахована у турбулентний кут атаки:  $\alpha_g = w_g / U_o$ . Для поздовжнього руху можливо ввести вхідний  $\eta = [\eta_x, \eta_z]^T$  та вихідний  $g = [u_g, \alpha_g, q_g]^T$  вектори, де  $q_g$  є турбулентним приростом кутової швидкості тангажу, що дорівнює:  $q_g = -\dot{\alpha}_g$ . Структурна схема системи управління для поздовжнього каналу показана на рис.2. Елемент "Sat" – це елемент насичення для обмеження помилки висоти.

Автопілот має ПД-регулятор у контурі горизонтальної швидкості ( $i$ ) так само як висоту ( $h$ ) контур стабілізації. Останній має внутрішній контур для управління кутом тангажу ( $k_g$  і  $k_q$ ) і зовнішній контур для стабілізації висоти (одержуємо  $k_h$  й елемент насичення). Вихід регулятора висоти використовується як управляючий сигнал для контуру управління тангажем. У цьому випадку, включивши елемент насичення у зовнішній ланцюг, можна обмежити максимальне значення кута тангажу в плинні перехідного процесу, межі якого були визначені в процедурі моделювання. Необхідно також пам'ятати, що в силових приводах маємо два елементи: "BM( $\delta T$ )" для управління тягою й "BM( $\delta_e$ )" у керуванні кермом висоти. Структурна схема силових приводів показана в [2]. Відповідно до [4,5] керована сила тяги кожного двигуна може бути записана як:

$$T = T_0(1 + \delta T), \quad (2)$$

де  $T_0$  – середнє значення сили тяги і  $\delta T$  – збільшення тяги, викликане системою управління. Середнє значення  $T_0$  дорівнює силі лобового опору:

$$T_0 = C_d^v \cdot \bar{q} \cdot (\nabla)^{2/3}, \quad (3)$$

де  $C_d^v$  - коефіцієнт сили лобового опору, що впливає на повітряну швидкість;  $\bar{q}$  – динамічний тиск, і  $\nabla$  - об'єм аеростата. Ця формула показує, що  $T_0$  залежить від квадрата повітряної швидкості. Саме тому коли повітряна швидкість дорівнює номінальному значенню 20м/с збільшення повинне бути обмежене наступними межами:  $-0.5 \leq \delta T \leq 0.5$ ,

тим часом знижуючи значення повітряної швидкості можна розширити ці межі до  $-0.75 \leq \delta T \leq 0.75$  чи навіть до  $\pm 1$ . Однак ці межі насичення повинні бути оцінені більш точно для даного проекту аеростата. Межі насичення  $-0.5 \leq \delta T \leq 0.5$  можуть також використовуватися для силового привода керма висоти.

Елемент ФФ – це формуючий фільтр для вектора білого шуму  $\eta$  із одиничною ковариаційною матрицею  $3 \times 1$  вектора збурювання  $U_d = [u_g, w_g, q_g]'$  відповідно до моделі Драйдена. Простір станів цього фільтра описується в [1]. Тому детермінована модель аеростата в просторі станів має вектор входу  $U_c = [\delta T, \delta_e]'$ , що складається тільки із входів управління, у той час коли в стохастичному випадку цей вектор має 5 компонентів:  $U = [U_c, U_d]'$ . Вектор виходу  $Z$  використовується для оцінки якості в обох (стохастичному і детермінованому) випадках. Канал управління висотою складається із 2 контурів: внутрішній контур для управління кутом тангажа (коефіцієнти  $k_g, k_q$ ) і зовнішній контур для управління висотою (коефіцієнт  $k_h$  і "Sat"). Ця структура поряд з елементом насичення обмежує кут тангажа  $\vartheta$  в перехідних процесах. Блоки "BM( $\delta T$ )" і "BM( $\delta_e$ )" представляють силові приводи двигунів малої тяги і керма висоти відповідно. Як моделі цих блоків були прийняті інерційні ланки першого порядку з постійними часу 0,5с (для "BM( $\delta_e$ )") і 2с (для "BM( $\delta T$ )"), що зв'язані з елементом насичення для обмеження ходу кермових поверхонь. Матриця лінеаризованного регулятора  $K$  може бути записана як:

$$K = \begin{bmatrix} k_{np} & k_{diff} & k_{int} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_q & -k_g & -k_g k_h \end{bmatrix} \quad (4)$$

яка включає пропорційну, диференціальну й інтегральну складові в першому рядку (канал управління швидкістю) і складові кутової швидкості, кута тангажа і висоти в другому рядку (канал управління висотою). Остаточна мета процедури синтезу – це відшукання оптимальних величин цих параметрів. Ці параметри повинні гарантувати мінімальне значення деякої функції втрат, яка оцінює якість системи управління на основі деякого вектора простору станів  $Z$ . У [1] показано, що метою стабілізації місця розташування є використання не тяги, що нахилає навіть у випадку маленької швидкості вітру, і традиційного управління щодо тяги, а краще використовувати кермо висоти.

В аналітичній процедурі синтезу прийняті в увагу тільки лінеаризовані моделі аеростата, силових приводів і регулятора. Як було згадано вище, такий вид проблем у даний час вирішується методом змішаної  $H_2 / H_\infty$  оптимізації, яка дозволяє забезпечувати робастність одночасно для декількох моделей і зберігати необхідну якість СУ особливо в області БПЛА [7,8].

Процедура робастної оптимізації дискретної системи управління ґрунтується на одержанні складного показника якості, що складається з наступних компонентів:

- 1)  $H_2$ -норма для кожної моделі дискретної системи в детермінованому випадку:

$$J_d = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} [X_k^T \cdot Q \cdot X_k + u^T \cdot R \cdot u]}, \quad (5)$$

де:  $X_k$  – вектор стану,  $U$  – вхідний вектор керування,  $Q, R$  вагові матриці.

- 2)  $H_2$  – норма для кожної моделі дискретної системи в стохастичному випадку:

$$J_s = \sqrt{E_M \sum_{k=0}^{\infty} [X_k^T \cdot Q \cdot X_k + u^T \cdot R \cdot u]} \quad (6)$$

$E_M$ -символ операції математичного очікування по ансамблю.

- 3)  $H_\infty$ - норма функції комплементарної чутливості дискретної системи для кожної моделі:

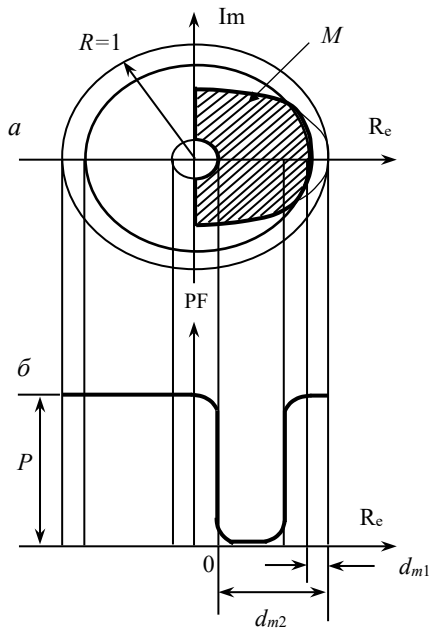


Рис. 2. Область визначення штрафної функції для дискретних систем

$$\|T\|_{\infty} = \underset{\omega}{\text{Sup}} \bar{\sigma}(T(j\omega)), \quad (7)$$

де  $\sigma$  - сингулярне число матриці  $T$ ,  $\bar{\sigma}$  - максимальне сингулярне число на заданій частоті. Відповідно до [9]  $\|T\|_{\infty}$  є мірою робастності.

Так як всі ці розрахунки можна проводити тільки для стійких систем, необхідно в складний показник якості оптимізаційної процедури включити штрафну функцію, що обмежує розміщення полюсів замкнутої системи в деякій області  $M$  на комплексній площині [10]. Ця область обмежена двома напівжирними колами (рис. 2). Перше коло з великим радіусом визначає запас стійкості, друге коло з маленьким радіусом визначає максимальну полосу пропускання. Для того щоб уникнути високочастотних коливань з частотою Найквіста, необхідно всі полюси замкненої системи розміщувати всередині правого одиничного кола. Коливальність системи обмежується логарифмічною спіраллю. Штрафна функція розраховується за формулою:

$$PF(d_m) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } d_m \geq d_{m1} \\ \frac{P}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi \cdot (d_m - d_0)}{(d_{m1} - d_0)} \right) \right], & \text{якщо } d_0 < d_m < d_{m1} \\ P, & \text{якщо } d_m \leq d_0 \end{cases} \quad (8)$$

Побудуємо комплексний критерій “якість-робастність”, що містить в собі показники якості для детермінованих та стохастичних збурень, а також показники робастності для цих моделей літального апарату:

$$J = \lambda_d J_d^2 + \lambda_d^p \left( J_d^p \right)^2 + \lambda_s J_s^2 + \lambda_s^p \left( J_s^p \right)^2 + \lambda_{\infty} \|T\|_{\infty}^2 + \lambda_{\infty}^p \|T^p\|_{\infty}^2 + PF, \quad (9)$$

де  $\lambda_d, \lambda_s$  - вагові коефіцієнти для показників (5,6) номінальної моделі відповідно;  $\lambda_{di}^{(p)}, \lambda_{Si}^{(p)}$  - вагові коефіцієнти для показників (5,6) для сімейства із  $m$  параметрично – збурених моделей відповідно;  $\lambda_{\infty}, \lambda_{\infty}^p$  - вагові коефіцієнти для показників робастності (7) для номінальної та параметрично збуреної моделей відповідно.

Включення  $H_{\infty}$  - норм функцій комплементарної чутливості для номінальної та збуреної моделей із відповідними ваговими коефіцієнтами  $\lambda_{\infty}$  та  $\lambda_{\infty i}^{(p)}$  дозволяє віднайти бажаний компроміс між точністю і робастністю системи за рахунок варіації цих коефіцієнтів при багаторазовому виконанні процедури оптимізації. Включення в критерій (9) всіх вищезгаданих моделей систем (номінальної та збуреної) гарантує відшукання компромісу щодо якості та робастності системи у всіх можливих точках області допустимих режимів польоту.

Мінімізація виразу (9) здійснюється методом Нелдера-Міда.

Ця процедура оптимізації може застосовуватися тільки до лінійних систем. Однак у більшості випадків необхідно включити деяку нелінійну функцію, яка необхідна для нормальної роботи замкнутої системи. У випадку систем управління польотом ці нелінійні функції – це елементи насичення, що обмежують вхідні і вихідні сигнали з погляду безпеки польотів, і іноді мертвозональні елементи, які відбивають фактичні властивості деяких

силових приводів і датчиків. Саме тому дуже важливо виконати моделювання оптимізованої СУ, в яку були б включені необхідні нелінійні елементи.

**Робастна параметрична оптимізація дискретних систем управління стратосферного аеростата. Повздовжній канал.** Задаємо модель аеростата в просторі станів, де вектор простору станів дорівнює  $X=[u,w,q,\theta,h,iu]^T$ . При цьому вважаємо, що при швидкості  $V_f=20$  м/с ми маємо номінальну модель, а при швидкості  $V_{fp}=10$  м/с – збурену.

Номінальна модель:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0486 & -0,0908 & 0,2633 & 0,4698 & 0 & 0 \\ 0,0001 & -0,3829 & -3,9684 & -0,0390 & 0 & 0 \\ 0,0005 & 0,0330 & -0,1059 & -0,1707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = [Bd, A(:,1:3)], \text{ де}$$

$$Bd = \begin{bmatrix} 0,4822 & 0,5651 \\ 0,0004 & -2,7755 \\ 0,0018 & -0,2053 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

і збурена:

$$Ap = \begin{bmatrix} -0,0243 & -0,0454 & 0,1317 & 0,4698 & 0 & 0 \\ 0,0001 & -0,1914 & -1,9842 & -0,0390 & 0 & 0 \\ 0,0002 & 0,0165 & -0,0529 & -0,1707 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Bp = [Bdp, Ap(:,1:3)], \text{ де}$$

$$Bdp = \begin{bmatrix} 0,1206 & 0,1413 \\ 0,0001 & -0,6939 \\ 0,0004 & -0,0513 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Структурна схема подовжнього каналу зображена на рис. 3.

На вхід регулятора надходять сигнали від датчиків висоти  $h$ , кута тангажа  $\theta$  і кутової швидкості по тангажу  $q$ , відповідно,  $K_h$ ,  $K_\theta$ ,  $K_q$  їхні коефіцієнти підсилення.

Вектор вимірюваних координат  $Y = [u, h, \theta, q]^T$ . Регулятор представляється матрицею

$$\begin{bmatrix} \delta T \\ \delta e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{\text{ПД}}(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_\theta & K_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_u \\ e_h \\ \theta \\ q \end{bmatrix},$$

де  $W_{\text{ПД}}(z) = K_{np} + K_{\text{оуф}} \frac{z-1}{z} + K_{\text{им}} \frac{z}{z-1}$ ,  $e_h = h_0 - h$ ,  $e_u = u_0 - u$ .

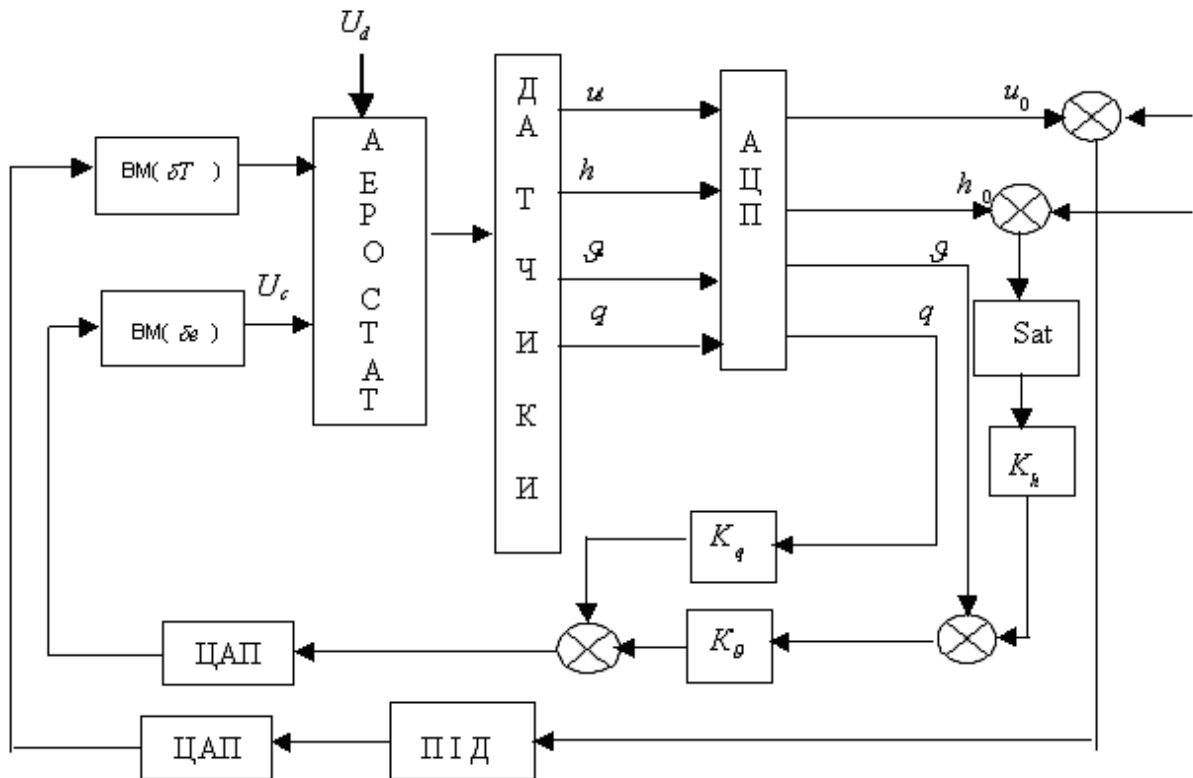


Рис. 3. Структурна схема систем управління.

Вектор параметрів автопілоту  $K$  що визначається оптимізаційною процедурою, складається з наступних компонентів:

$$K = [K_{пр}, K_{диф}, K_{інт}, K_{\vartheta}, K_q, K_h,] . \tag{10}$$

Вагові коефіцієнти в складному показнику якості:  $\lambda_{0d} = \lambda_{pd} = 1$ ;  $\lambda_{0s} = \lambda_{ps} = 1$ ,  $\lambda_{\infty} = \lambda_{p\infty} = 1$ . У штрафній функції використовуються наступні параметри:  $R1=0,9999$ ,  $R2=0,0005$ . Після оптимізації вектор параметрів буде мати вигляд:

$$K=[0.1529 \ 1.0156 \ 0.0102 \ 8.1384 \ 1.0079 \ 0.0476]$$

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем представлені в таблиці 1. З цих таблиць видно, що с. к. з. перемінних стану номінальної й збуреної систем, так само як і  $H_2$  і  $H_{\infty}$ -норми мають невеликі розходження, цілком припустимі з погляду функціонування системи в цілому.

Таблиця 1

Чисельні характеристики номінальної й збуреної систем

Об'єкт	С.К.В. змінних стану						$H_2$ - норма детер.	$H_2$ - норма стах.	$H_{\infty}$ - норма
	u (рад)	v (рад)	q (град)	$\Theta$ (рад)	h (м)	$\delta\epsilon$ (град)			
Ном.	0,09	0,35	1,36	0,42	0,78	3,96	0,481	3,15	1,41
Збур.	0,05	0,16	0,64	0,43	0,27	4,8	0,235	2,08	0,53

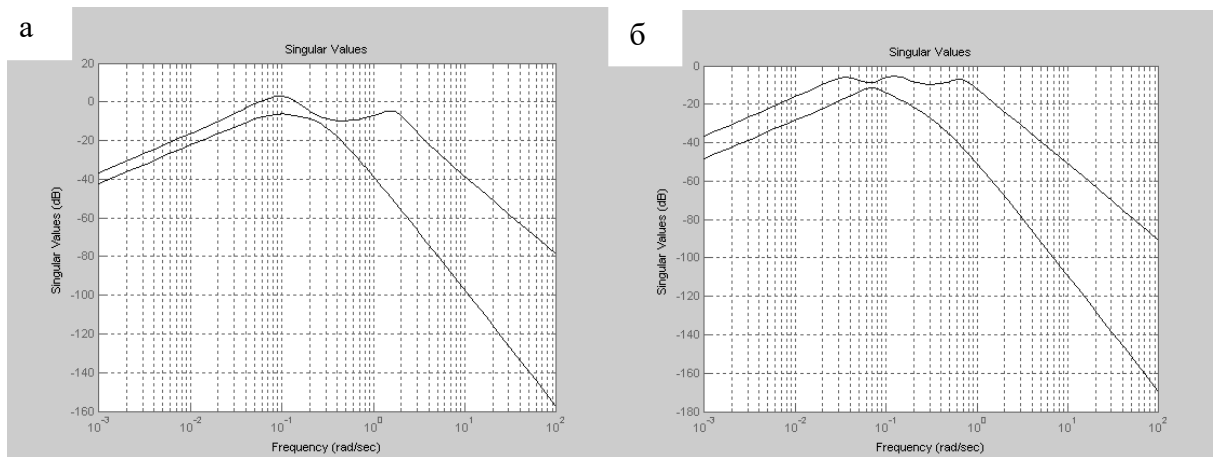


Рис. 4. Логарифмічні частотні характеристики сингулярних чисел:  
а – номінальної замкнутої системи, б – збуреної

Процедура оптимізації складається з оптимізаційної програми, програми оцінки результатів оптимізації і моделювання кінцевої СУ.

Практичне використання результатів оптимізації вимагають також моделювання динаміки системи при наявності нелінійних елементів типу насичення, зони нечутливості і т.д., що широко використовуються в реальних законах керування польотом. У зв'язку з цим остаточний висновок про якість функціонування СУ роблять після її моделювання в пакеті Simulink із використанням необхідних нелінійних функцій.

Результати моделювання подовжнього каналу з включенням усіх необхідних нелінійних елементів (насичення сервопривода, коректора висоти і т.п.) при впливі стохастичних вітрових збурювань показані на рис. 5.

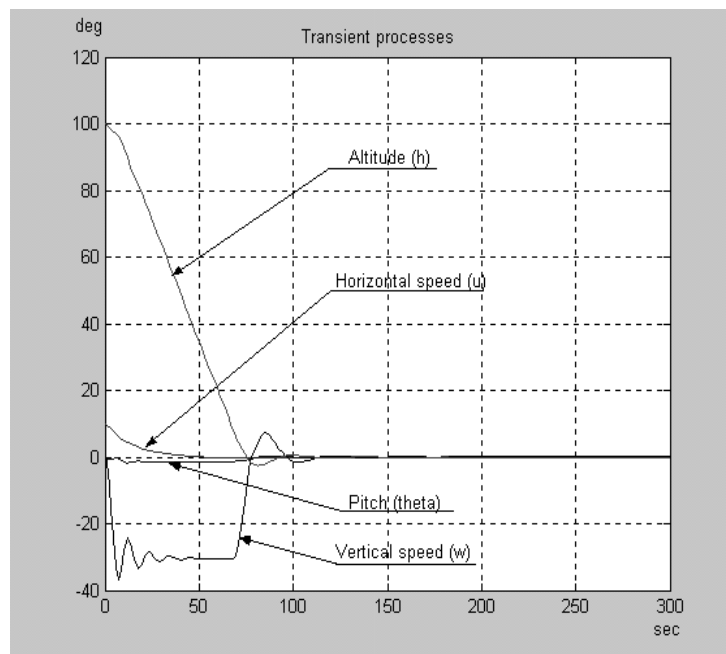


Рис. 5. Результати моделювання подовжнього каналу з включенням усіх необхідних нелінійних елементів



**Висновки**

Близькість динамічних характеристик замкнутих номінальної та параметрично збуреної систем ілюструється і логарифмічними частотними характеристиками сингулярних чисел, які представлені на рис. 4. Піки ЛЧХ сингулярних величин функції чутливості для номінальної й збуреної менше нуля (чи менше 1 у природному масштабі). Такі маленькі величини  $\|T\|_{\infty}$  гарантують робастність замкнутої системи.

**Список використаної літератури:**

1. A.A.Tunik, I.K.Ahn, H.Ryu, C.H.Lim, H.C.Lee. Platform Airship's Robust Stabilization in Stochastic Atmosphere. Proceedings of the KSAS Fall Annual Meeting, 2001, Sejong Univ., Seoul, pp.293-299.
2. A.A. Tunik, E.A. Abramovich. Parametric robust optimization of the digital flight control systems, Вісник НАУ, №2, 2003, с.31-37.
3. Луцька Н.М., Ладанюк А.П. Оптимальні та робастні системи керування технологічними об'єктами. –К.: 2019. –288с.
4. Спецрозділи математики: навч. посібник / Н.В. Білак, О.А. Сущенко, А.М. Кліпа. – К.: НАУ, 2018. – 280 с.
5. Абрамович О.О., Білак Н.В., Кліпа А.М. Оптимальні системи керування літальними апаратами та рухомими об'єктами. – Лабораторний практикум.- К.: НАУ, 2024. – 60 с.
6. Нефьодов Ю. М. Методи оптимізації в прикладах і задачах: навчальний посібник / Ю.М. Нефьодов, Т. Ю. Балицька. –Київ: Кондор, 2019. –324 с.
7. Моделювання та оптимізація систем: підручник / В. М. Дубовой, Р. Н. Кветний, О. І. Михальов, А. В. Усов. –Вінниця: ПП «ТД«Едельвейс», 2021. –804 с.
8. Оптимізаційні методи та моделі: підручник / В.С. Григорків, М.В. Григорків. –Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2020. –400 с
9. Теорія автоматичного керування. Методологія та практика оптимізації: навчальний посібник / Б.І.Мокін, О.Б.Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2020. – 210с.
10. Математичні методи моделювання та оптимізації. Ч. 1. Математичне програмування та дослідження операцій: підручник/ [О.І. Лисенко, О.М.Тачиніна, І.В. Алексеева]; за заг. ред. О.І. Лисенка. – К. : НАУ, 2019. – 221 с.

**Автори статті**

**Абрамович Олена** – кандидат технічних наук, доцент, Державне некомерційне підприємство «Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ, Україна.

ORCID: 0009-0002-8036-0665

**Білак Наталія** – кандидат технічних наук, доцент, Державне некомерційне підприємство «Державний університет «Київський авіаційний інститут», Київ, Україна.

ORCID: 0009-0001-2207-7995

**Authors of the article**

**Abramovich Olena** – Candidate of Science (technic), Associate Professor, State Non-Commercial Enterprise "State University "Kyiv Aviation Institute", Kyiv, Ukraine.

ORCID: 0009-0002-8036-0665

**Bilak Nataliia** – Candidate of Science (technic), Associate Professor, State Non-Commercial Enterprise "State University "Kyiv Aviation Institute", Kyiv, Ukraine.

ORCID: 0009-0001-2207-7995