

УДК 621.391

Мерсни А., аспирант

## ДВУХУРОВНЕВЫЙ МЕТОД МНОГОПУТЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ МНОГОАДРЕСНЫХ ПОТОКОВ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

**Mersni A. Two-level method for multipath multicast routing in telecommunications network.**

In the article, a two-level method for multipath multicast routing in a telecommunications network has been developed. The method uses as basis a flow-based routing model, in which for the implementation of multipath multicast routing, each multicast flow was divided into several subflows. Within the framework of the proposed method, a two-level hierarchy of calculations based on the interaction prediction principle was introduced in order to preserve the linearity of the routing model, since satisfaction of the bilinear conditions for preventing overload of communication links is carried to the upper level of computations. The numerical examples presented in the article confirmed the adequacy and effectiveness of the proposed two-level method for multipath multicast routing in the telecommunications network. The developed method can be used in telecommunications networks when implementing both centralized and hierarchical source routing.

**Keywords:** routing, method, flow, network, hierarchy, router, link, bandwidth.

**Мерсні А. Дворівневий метод багатошляхової маршрутизації багатоадресних потоків в телекомунікаційній мережі.**

Розроблено дворівневий метод багатошляхової маршрутизації багатоадресних потоків в телекомунікаційній мережі. Дворівнева ієрархія розрахунків введена з метою збереження лінійності моделі маршрутизації, так як задоволення білінійних умов запобігання перевантаження каналів зв'язку винесена на верхній рівень обчислень. Метод може бути використаний як при реалізації централізованої, так і ієрархічної маршрутизації «від джерела».

**Ключові слова:** маршрутизація, метод, потік, мережа, ієрархія, маршрутизатор, канал, пропускна здатність.

**Мерсни А. Двухуровневый метод многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети.**

Разработан двухуровневый метод многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети. Двухуровневая иерархия расчетов введена с целью сохранения линейности модели маршрутизации, так как удовлетворение билинейных условий предотвращения перегрузки каналов связи вынесено на верхний уровень вычислений. Метод может быть использован как при реализации централизованной, так и иерархической маршрутизации «от источника».

**Ключевые слова:** маршрутизация, метод, поток, сеть, иерархия, маршрутизатор, канал, пропускная способность.

### Введение

Реализация многопутевых стратегий маршрутизации является необходимым функциональным атрибутом подавляющего большинства маршрутизирующих протоколов, использующихся в современных телекоммуникационных сетях (ТКС) [1]. Правильно организованная многопутевая маршрутизация способствует повышению уровня сбалансированного использования сетевых ресурсов и улучшению показателей качества обслуживания (Quality of Service, QoS) в целом. Известно, что эффективность того или иного протокола маршрутизации во многом определяется возможностями математической модели и (или) метода, которые положены в его основу. Ранее предложено достаточно много интересных с точки зрения науки и практики решений в области многопутевой одноадресной маршрутизации [2-6], которые, с одной стороны, идеально отвечают требованиям концепции Traffic Engineering (TE) [7], а с другой, способствуют достаточно невысокой вычислительной сложности практической реализации, т.к. основываются на линейности используемых математических оптимизационных моделей.

Как показал проведенный анализ [8-10], все больше внимания специалистами в области маршрутизации уделяется проблематике именно многоадресной маршрутизации,

применяемой в ходе обеспечения множества инфокоммуникационных сервисов. В работах [11-13] описаны решения, в которых процесс однопутевой многоадресной маршрутизации также описан линейной математической моделью, а расчет маршрутных переменных сведен к решению задачи булевого программирования. Попытки реализовать многопутевую маршрутизацию многоадресных потоков нередко сопровождаются либо отказом от линейности используемой математической модели, что негативно отражается на вычислительной сложности ее последующей протокольной реализации, либо переходом к субоптимальным или даже эвристическим решениям [14-16]. В этой связи в данной работе предлагается метод многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети, который основан на введении функциональной двухуровневой иерархии расчетов, направленных на сохранение линейности решаемой оптимизационной задачи по расчету искомым путей.

### 1. Математическая модель многопутевой многоадресной маршрутизации в телекоммуникационной сети

В ходе формализации решения задачи многопутевой многоадресной маршрутизации пусть структура ТКС описывается ориентированным взвешенным графом  $G = (V, E)$ . Тогда  $V = \{v_1, \dots, v_i, \dots, v_m\}$  – множество вершин графа, моделирующее маршрутизаторы ТКС;  $(i, j) \in E$  – множество дуг, описывающее каналы связи сети. Число каналов в сети соответствует  $|E| = n$ . Для каждой дуги графа ставится в соответствие вес  $\varphi(i, j)$ , который характеризует пропускную способность моделируемого канала связи (КС).

Вводимая модель носит многопоточковый характер, для этого введем следующие обозначения:  $K$  – множество многоадресных потоков пакетов, циркулирующих в ТКС;  $|K| = \bar{K}$  – общее число потоков в сети;  $r_k$  – средняя пакетная скорость (интенсивность)  $k$ -го потока на входе в сеть (1/с);  $s_k$  – маршрутизатор-источник пакетов  $k$ -го потока ( $k \in K$ );

$$d_k^* = \{d_k^1, d_k^2, \dots, d_k^{m_k}\} \quad (1)$$

– множество маршрутизаторов-получателей пакетов для  $k$ -го многоадресного потока;

$|d_k^*| = m_k$  – общее число таких маршрутизаторов.

Предположим, что для реализации многопутевой маршрутизации каждый многоадресный поток на приграничном маршрутизаторе  $s_k$  будет разделен на ряд подпотоков  $w_k$ , причем каждый  $p$ -й подпоток  $k$ -го потока тогда будет иметь интенсивность (1/с)

$$z_k^p = y_k^p \cdot r_k, \quad (2)$$

где  $y_k^p$  – множество управляющих потоковых переменных, каждая из которых определяет долю  $k$ -го потока, образующего  $p$ -й подпоток ( $p = \overline{1, w_k}$ ,  $k = \overline{1, \bar{K}}$ ). Тогда на потоковые переменные  $y_k^p$  накладываются ограничения вида

$$0 \leq y_k^p \leq 1, \quad (3)$$

$$\sum_{p=1}^{w_k} y_k^p = 1. \quad (4)$$

В качестве маршрутных выступают следующие булевы переменные [9-12]

$$x_{(i,j)}^{p,k} \in \{0;1\}, \quad (5)$$

каждая из которых характеризует долю  $p$ -го подпотока  $k$ -го потока, протекающего в канале  $(i, j) \in E$ .

С целью обеспечения доставки пакетов  $p$ -го подпотока  $k$ -го многоадресного потока для всех маршрутизаторов-получателей вводятся условия вида [9-12]

$$\sum_{i:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^{p,k} = 1 \quad \text{при } v_j \in d_k^*. \quad (6)$$

Для маршрутизатора-отправителя  $p$ -го подпотока  $k$ -го потока также вводится условие

$$\sum_{j:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^{p,k} \geq 1 \quad \text{при } v_i = s_k, \quad (7)$$

чтобы данный подпоток пакетов в обязательном порядке был направлен от отправителя не менее, чем на один смежный маршрутизатор.

С целью обеспечения связности рассчитываемых многоадресных маршрутов для каждого  $g$ -го выходного интерфейса транзитного маршрутизатора  $v_j \in V$ , в качестве которого может выступать любой маршрутизатор, кроме отправителя, вводятся следующие условия [11-13]:

$$\sum_{i:(i,j) \in E} x_{(i,j)}^{p,k} \geq x_{(j,g)}^{p,k} \quad \text{при } v_j \notin s_k. \quad (8)$$

Чтобы в рассчитываемом многоадресном пути для  $p$ -го подпотока  $k$ -го потока не могли образовываться петли, вводятся условия [11-13]

$$\sum_{(i,j) \in E_\pi^q} x_{(i,j)}^{p,k} < |E_\pi^q|, \quad (9)$$

где  $E_\pi^q$  – множество дуг графа, которые в соответствии со своей ориентацией образуют  $q$ -й контур ( $\pi$ );  $|E_\pi^q|$  – число дуг в  $q$ -м контуре. Количество условий (9) соответствует числу возможных контуров на графе  $G$  в ТКС в соответствии с ориентацией его дуг [11-13].

Для предотвращения возможной перегрузки каналов связи ТКС по их пропускной способности в модель вводятся условия следующего вида:

$$\sum_{k \in K} \sum_{p=1}^{w_k} x_{(i,j)}^{p,k} \cdot r_k \cdot y_k^p \leq \alpha \varphi_{i,j}, \quad (10)$$

где

$$0 \leq \alpha \leq 1 \quad (11)$$

– верхний порог загруженности каналов связи сети, а в левой части неравенств (10) представлена билинейная форма от ранее введенных управляющих переменных (3) и (5). Переменная  $\alpha$  является управляющей переменной, а ее минимум, т.е.

$$\min_{x, y, \alpha} \alpha, \quad (12)$$

будет использован в качестве критерия оптимальности получаемых решений по многопутевой многоадресной маршрутизации. Использование критерия (12), как показано в работах [2-6, 16], способствует минимизации загруженности каналов сети за счет оптимальной балансировки в них потоков пакетов.

Отличительной особенностью предложенной модели является, во-первых, билинейный вид ограничений, связанных с предотвращением перегрузки каналов связи сети, а во-вторых, разнотипность управляющих переменных, часть из которых является булевыми (5), а часть – вещественными (3) и (11). Поэтому при использовании математической модели (1)-(12) задача многопутевой многоадресной маршрутизации в ТКС сводится к достаточно трудоемкой задаче смешанного нелинейного целочисленного программирования (Mixed Integer Nonlinear Programming, MINLP). С целью снижения вычислительной сложности получения искомого решения, основываясь на модели (1)-(12), предлагается ввести функциональную двухуровневую иерархию расчетов, основанную на декомпозиционном представлении данной модели и скоординированном расчете множества управляющих переменных  $x_{(i,j)}^{p,k}$ ,  $y_k^p$  и  $\alpha$ .

## 2. Двухуровневый метод многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети

Основываясь на модели (1)-(12), для определения управляющих переменных, отвечающих за решение задачи многопутевой маршрутизации многоадресных потоков, предлагается метод, основанный на принципе прогнозирования взаимодействий теории иерархических многоуровневых систем [17, 18] и реализующий двухуровневую функциональную иерархию расчетов: нижний уровень отвечает за расчет маршрутных переменных  $x_{(i,j)}^{p,k}$ , а верхний – за определение переменных  $y_k^p$ .

На *нижнем уровне* происходит расчет исходных многоадресных маршрутов для произвольно заданных начальных значений переменных  $y_k^p$ , но подчиняющихся условиям (3), в ходе минимизации целевой функции (12) лишь по переменным  $x_{(i,j)}^{p,k}$  в соответствии с ограничениями (5)-(11). Оптимизационная задача нижнего уровня, связанная с расчетом булевых маршрутных переменных при фиксированных задаваемых на верхнем уровне потоковых переменных, уже относится к классу задач булевого программирования, т.к. критерий оптимальности (12) и все ограничения (5)-(11) линейны. Результаты расчетов передаются на верхний уровень для определения порядка формирования подпотоков.

На *верхнем уровне* при фиксированных значениях переменных  $x_{(i,j)}^{p,k}$ , рассчитанных на нижнем иерархическом уровне, для каждого из многоадресных потоков осуществляется формирование подпотоков путем определения (прогнозирования) переменных  $y_k^p$  за счет минимизации функции (12) только по этим переменным в соответствии с ограничениями (3), (4), (10), (11). Оптимизационная задача, решаемая на верхнем уровне, относится к классу задач линейного программирования. Результаты расчетов снова спускаются на нижний уровень для координации и последующего уточнения маршрутных переменных  $x_{(i,j)}^{p,k}$ .

Таким образом, процесс решения поставленной задачи многопутевой маршрутизации многоадресных потоков приобретает итерационный характер. При этом критерием окончания расчетов является достижение оптимума (12), что проявляется в близости значений целевой функции (12), рассчитанной на соседних итерациях, но на разных иерархических уровнях. Преимуществом предложенного метода является то, что удалось снизить сложность получаемых расчетов путем перехода от решения достаточно сложной задачи класса MINLP и размерности  $\bar{w}K(n+1)$  к итерационному решению оптимизационных

задач булевого и линейного программирования размерностей  $\bar{w}\bar{K}n$  и  $\bar{w}\bar{K}$  соответственно, где  $\bar{w}$  – среднее число подпотоков, на которые разбивается каждый многоадресный поток.

В конечном итоге вычислительная сложность и время решения задачи многопутевой маршрутизации многопутевых потоков также зависит от числа итераций, за которые метод получит оптимальные значения управляющих переменных. В этой связи проведем исследования метода с точки зрения анализа сходимости получаемых решений задачи многопутевой маршрутизации многоадресных потоков к оптимальным решениям. Под оптимальным решением понималось решение, получаемое в ходе централизованного (совместного) расчета переменных  $x_{(i,j)}^{p,k}$ ,  $y_k^p$  и  $\alpha$  в ходе решения оптимизационной задачи класса MINLP путем минимизации функции (12) при ограничениях (3)-(11).

### 3. Анализ предложенного двухуровневого метода многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети

Пример работы метода продемонстрируем на следующем численном примере. Пусть на рис. 1 представлена структура исследуемой телекоммуникационной сети, состоящей из пяти маршрутизаторов и семи каналов связи, в разрывах которых указаны их пропускные способности (1/с). Рассмотрим решения задачи многопутевой маршрутизации двух многоадресных потоков с интенсивностями  $r_1=180$  1/с и  $r_2=200$  1/с. Для первого потока источником выступал первый маршрутизатор, а получателями – четвертый и пятый маршрутизаторы. Для второго потока третий маршрутизатор выступал в качестве источника, а второй, четвертый и пятый маршрутизаторы были получателями пакетов. Для многопутевой маршрутизации первого потока формировалось, например, три подпотока ( $w_1 = 3$ ), а для второго потока – два подпотока ( $w_2 = 2$ ).

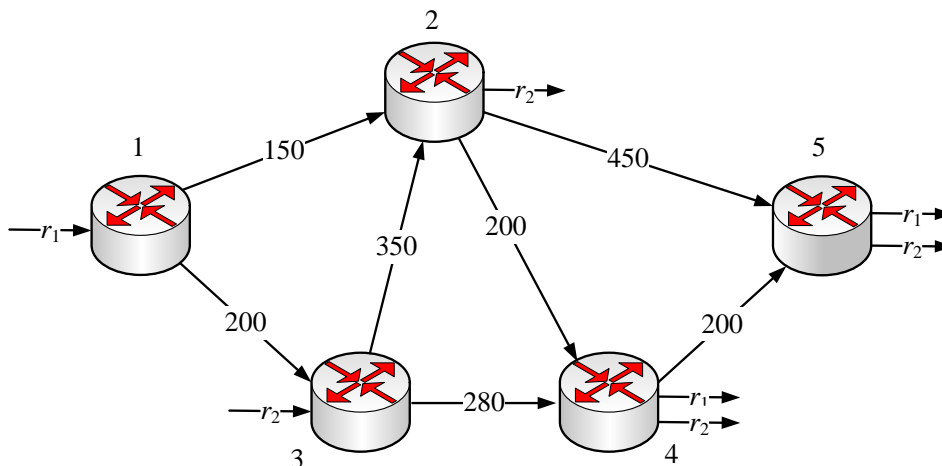


Рис. 1. Пример исходной структуры сети

В первом варианте исходных данных предполагалось, что изначально с верхнего уровня на нижний переданы следующие значения потоковых переменных:

$$y_1^1 = 1; y_1^2 = 0; y_1^3 = 0 \text{ и } y_2^1 = 1; y_2^2 = 0, \quad (13)$$

что соответствовало тому, что верхним уровнем предлагалось для каждого из потоков реально задействовать по одному подпотоку, т.е. реализовать однопутевую маршрутизацию. Нижний уровень определил соответствующий порядок маршрутизации (табл. 1), соответствующий нулевой итерации. При этом оптимальное значение целевой функции (12) было равно  $\alpha = 1$ , что соответствовало полной загрузке одного из каналов связи сети, в данном случае канала (2, 4). В соответствии с полученными на нижнем уровне маршрутами

верхний уровень проводит их координацию (первая итерация) (табл. 1) путем расчета новых значений потоковых переменных:  $y_1^1 = 0,7386$ ;  $y_1^2 = 0,2613$ ;  $y_1^3 = 0$  и  $y_2^1 = 0,5$ ;  $y_2^2 = 0,5$ , которые определили уже двухпутевую маршрутизацию каждого из многоадресных потоков. На основании новых значений потоковых переменных нижний уровень для каждого из подпотоков рассчитал соответствующий многоадресный маршрут (табл. 1). Это привело к улучшению полученного на нулевой итерации значения целевой функции (12), которое стало равно  $\alpha = 0,8319$ . В ходе проведения второй координирующей итерации, основываясь на новом порядке многоадресной маршрутизации подпотоков, полученных с нижнего уровня, на верхнем уровне рассчитываются новые значения потоковых переменных (табл. 1):  $y_1^1 = 0,3287$ ;  $y_1^2 = 0,2959$ ;  $y_1^3 = 0,3754$  и  $y_2^1 = 0,4538$ ;  $y_2^2 = 0,5462$ , определяющие необходимость реализации для первого многоадресного потока трехпутевой, а для второго потока – двухпутевой маршрутизации. При этом на нижнем уровне для каждого из потоков рассчитывается такое множество путей (табл. 1), что верхний уровень загруженности каналов связи (12) улучшается до значения  $\alpha = 0,7917$ . На последующих итерациях данное значение улучшено не было, что и определило окончание работы анализируемого метода.

Табл. 1. Порядок скоординированного решения задачи многопутевой маршрутизации двух многоадресных потоков для первого варианта начальных значений потоковых переменных (13)

Канал связи	Подпотоки первого потока			Подпотоки второго потока	
	$z_1^1$	$z_1^2$	$z_1^3$	$z_2^1$	$z_2^2$
Начальные значения (нулевая итерация): $y_1^1 = 1$ ; $y_1^2 = 0$ ; $y_1^3 = 0$ и $y_2^1 = 1$ ; $y_2^2 = 0$					
(1, 2)	0	0	0	0	0
(1, 3)	180	0	0	0	0
(2, 4)	0	0	0	200	0
(2, 5)	0	0	0	200	0
(3, 2)	0	0	0	200	0
(3, 4)	180	0	0	0	0
(4, 5)	180	0	0	0	0
Первая координирующая итерация: $y_1^1 = 0,7386$ ; $y_1^2 = 0,2613$ ; $y_1^3 = 0$ и $y_2^1 = 0,5$ ; $y_2^2 = 0,5$					
(1, 2)	0	47,0305	0	0	0
(1, 3)	132,9696	0	0	0	0
(2, 4)	0	47,0305	0	100	0
(2, 5)	0	47,0305	0	100	100
(3, 2)	0	0	0	100	100
(3, 4)	132,9696	0	0	0	100
(4, 5)	132,9696	0	0	0	0
Вторая координирующая итерация: $y_1^1 = 0,3287$ ; $y_1^2 = 0,2959$ ; $y_1^3 = 0,3754$ и $y_2^1 = 0,4538$ ; $y_2^2 = 0,5462$					
(1, 2)	0	0	67,5755	0	0
(1, 3)	59,1656	53,2589	0	0	0
(2, 4)	0	0	67,5755	90,7579	0
(2, 5)	0	53,2589	0	90,7579	109,2421
(3, 2)	0	53,2589	0	90,7579	109,2421
(3, 4)	59,1656	53,2589	0	0	109,2421
(4, 5)	59,1656	0	67,5755	0	0

Таким образом, при начальных значениях (13) потоковых переменных, определяющих реализацию однопутевой маршрутизации двух многоадресных потоков, метод обеспечил получение оптимального порядка многопутевой маршрутизации за две итерации координирующей процедуры (табл. 1). Стоит отдельно отметить, что в случае, когда начальные значения потоковых переменных выбрать, изначально исходя из необходимости реализации многопутевой маршрутизации, например:

$$y_1^1 = 1/3; y_1^2 = 1/3; y_1^3 = 1/3 \text{ и } y_2^1 = 0,5; y_2^2 = 0,5, \quad (14)$$

то число итераций координирующей процедуры метода можно сократить до одной (табл. 2). При этом после нулевой итерации значение критерия оптимальности составляло  $\alpha = 0,8$ , а после первой –  $\alpha = 0,7917$ .

Конечный результат решения поставленной задачи многопутевой маршрутизации многоадресных потоков, полученный с помощью предложенного двухуровневого метода, полностью соответствуют результату, рассчитанному при использовании математической модели (1)-(12) в ходе централизованного решения задачи класса MINLP.

Табл. 2. Порядок скоординированного решения задачи многопутевой маршрутизации двух многоадресных потоков для второго варианта начальных значений потоковых переменных (14)

Канал связи	Подпотоки первого потока			Подпотоки второго потока	
	$z_1^1$	$z_1^2$	$z_1^3$	$z_2^1$	$z_2^2$
Начальные значения (нулевая итерация): $y_1^1 = 1/3; y_1^2 = 1/3; y_1^3 = 1/3$ и $y_2^1 = 0,5; y_2^2 = 0,5$					
(1, 2)	0	0	60	0	0
(1, 3)	60	60	0	0	0
(2, 4)	0	0	60	0	100
(2, 5)	60	0	0	100	100
(3, 2)	60	0	0	100	100
(3, 4)	60	60	0	100	0
(4, 5)	0	60	60	0	0
Первая координирующая итерация: $y_1^1 = 0,3287; y_1^2 = 0,2959; y_1^3 = 0,3754$ и $y_2^1 = 0,4538; y_2^2 = 0,5462$					
(1, 2)	0	0	67,5755	0	0
(1, 3)	59,1656	53,2589	0	0	0
(2, 4)	0	0	67,5755	90,7579	0
(2, 5)	0	53,2589	0	90,7579	109,2421
(3, 2)	0	53,2589	0	90,7579	109,2421
(3, 4)	59,1656	53,2589	0	0	109,2421
(4, 5)	59,1656	0	67,5755	0	0

### Выводы

В статье разработан двухуровневый метод многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети. Метод основан на потоковой модели маршрутизации, в которой для реализации многопутевой многоадресной маршрутизации каждый многоадресный поток разбивался на несколько подпотоков. В свою очередь для

маршрутизации каждого из подпотоков рассчитывался свой многоадресный путь. С этой целью в модели рассчитывались три типа управляющих переменных. Поточковые переменные отвечали за порядок формирования подпотоков, маршрутные – за порядок маршрутизации подпотоков, а переменная  $\alpha$  определяла верхний порог использования пропускной способности каналов ТКС. При использовании математической модели (1)-(12) задача многопутевой многоадресной маршрутизации в ТКС сводилась к достаточно трудоемкой задаче смешанного нелинейного целочисленного программирования. Поэтому в рамках предлагаемого метода введена двухуровневая иерархия расчетов, основанная на принципе прогнозирования взаимодействий, с целью сохранения линейности модели маршрутизации, так как удовлетворение билинейных условий предотвращения перегрузки каналов связи вынесено на верхний уровень вычислений. На верхнем уровне рассчитывались поточковые переменные, а на нижнем – маршрутные. Это позволило существенно уменьшить трудоемкость получаемых решений, так как значительно снизилась размерность исходной задачи и сохранена линейность используемых зависимостей (условий предотвращения перегрузки каналов связи и сети в целом).

Представленные в статье расчетные примеры подтвердили адекватность и эффективность предлагаемого двухуровневого метода многопутевой маршрутизации многоадресных потоков в телекоммуникационной сети. Показано, что если изначально на верхнем уровне с помощью поточковых переменных задать произвольный многопутевой характер решения, то за 1-2 итерации координационной процедуры предлагаемого метода гарантированно будет получено оптимальное решение, соответствующее уровню централизованных расчетов, получаемых в ходе решения задачи класса MINLP. Разработанный метод может быть использован в телекоммуникационных сетях при реализации как централизованной, так и иерархической маршрутизации «от источника».

#### Список использованной литературы

1. Barreiros M., Lundqvist P. QoS-Enabled Networks: Tools and Foundations. – Wiley Series on Communications Networking & Distributed Systems, 2nd Edition: Wiley, 2016. – 254 p.
2. Seok Y., Lee Y., Choi Y., Kim C. Dynamic Constrained Traffic Engineering for Multicast Routing // Proc. Wired Communications and Management. – 2002. – Vol. 2343. – P. 278-288.
3. Wang Y., Wang Z. Explicit routing algorithms for Internet Traffic Engineering // Proc. of 8th International Conference on Computer Communications and Networks. Paris, 1999. – P. 582-588.
4. Лемешко А.В., Вавенко Т.В. Усовершенствование потоковой модели многопутевой маршрутизации на основе балансировки нагрузки [Электронный ресурс] // Проблемы телекомунікацій. – 2012. – № 1 (6). – С. 12 – 29. Режим доступа к журн.: [http://pt.journal.kh.ua/2012/1/1/121\\_lemeshko\\_multipath.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2012/1/1/121_lemeshko_multipath.pdf).
5. Мерсни А. Исследование потоковой модели балансировки нагрузки в телекоммуникационной сети с неоднородной архитектурой [Электронный ресурс] / А. Мерсни // Проблемы телекомунікацій. – 2016. – № 2 (19). – С. 59 - 80. – Режим доступа до журн.: [http://pt.journal.kh.ua/2016/2/1/162\\_mersni\\_routing.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2016/2/1/162_mersni_routing.pdf).
6. Мерсни А., Ильяшенко А. Комплексный критерий оптимальности балансировки нагрузки при многопутевой маршрутизации в телекоммуникационной сети с неоднородной топологией // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб., 2016. Вып. 187. – С. 25-33.
7. Simha A., Osborne E. Traffic Engineering with MPLS. Cisco Press, 2002. – 608 p.
8. Williamson B. Developing IP Multicast Networks. – Cisco Press, 2000. – 592 p.
9. Rosenberg E. A Primer of Multicast Routing. – Springer Briefs in Computer Science, 2012. – 117 p.
10. Joseph V. Deploying Next Generation Multicast-enabled Applications: Label Switched Multicast for MPLS VPNs, VPLS, and Wholesale Ethernet. Kindle Edition. Elsevier Inc, 2011. – 560 p.



11. Lemeshko, O.V., Arous, Kinan Mohamad. The flow-based model of multicast routing // Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo), 2013 23rd International Crimean Conference. – P. 523-524.
12. Lemeshko O., Arous Kinan, A.wahhab Mohammed A.jabbar. Multicast Fast Re-Route Schemes for Multiflow Case // Proceedings of XIIIth International IEEE conference «The experience of designing and application of CAD systems in microelectronics», CADSM'2015, 24-27 February 2015, Lviv-Poljana, Ukraine. – Lviv Polytechnic Publishing House. – P. 422-424.
13. Лемешко А.В., Арус К.М. Поточкові моделі багатоадресної і ширококешувальної маршрутизації в телекомунікаційних мережах [Електронний ресурс] // Проблеми телекомунікацій. – 2013. – № 1 (10). – С. 38 - 45. – Режим доступу до журн.: [http://pt.journal.kh.ua/2013/1/1/131\\_lemeshko\\_multicast.pdf](http://pt.journal.kh.ua/2013/1/1/131_lemeshko_multicast.pdf).
14. Paul P., Raghavan S.V. Survey of multicast routing algorithms and protocols // Proceedings of the Fifteenth International Conference on Computer Communication (ICCC 2002). – 2002. – P. 902-926.
15. Oliveira C.A.S., Pardalos P.M. A Survey of Combinatorial Optimization Problems in Multicast Routing // Computers and Operations Research. – 2005. – Vol. 32, Issue 8. – P. 1953-1981.
16. Seok Y., Lee Y., Choi Y., Kim C. Dynamic Constrained Traffic Engineering for Multicast Routing // Proc. Wired Communications and Management. – 2002. – Vol. 2343. – P. 278-288.
17. Месарович М., Мако Д., Такахага І. Теорія ієрархічних багатопланових систем. – М.: Мир, 1973. – 344 с.
18. Сингх М., Титли А. Системи: декомпозиція, оптимізація і управління. – М.: Машиностроєння, 1986. – 494 с.

*Автори статті*

**Мерсні Амаль** - аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна. Тел.: +38 063 111 95 55. E-mail: [elmersniamal@gmail.com](mailto:elmersniamal@gmail.com)

*Authors of the article*

**Mersni A.** - graduate student, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv, Ukraine. Tel.: +38 063 111 95 55. E-mail: [elmersniamal@gmail.com](mailto:elmersniamal@gmail.com)

Дата надходження в редакцію: 18.04.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. О.В. Лемешко