

УДК 681.324

Бондаренко В.Є., д.т.н.; Бледнов О.В., студент

СУБ'ЄКТИВНО-ЙМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ СИНТЕЗУ ЖИВУЧИХ КОМП'ЮТЕРНИХ МЕРЕЖ

Bondarenko V.E., Blednov A.V. The subjective-probabilistic model of synthesis of surviving computer networks.

The computer network constantly feels the destructive influences of the environment where it works. Therefore, the actual problem is the development of survivable networks, resisted such influences.

The destructive influences on the network are, as a rule, is random. However, the evaluation of such random events, based on the classical probability theory, is difficult. Because such events are not systematic and do not have the mass character. But the mass character of an event is necessary for estimate its probability as the classical probability theory says.

This paper proposes a new model for synthesis survivable hierarchical computer networks. The model is formulated as the problem of nonlinear Boolean programming. The model uses subjective probabilities of survivability of the network's devices connection. The network is formed by the criterion of maximum survivability.

Keywords: survivability, subjective probability, modeling, computer networks, nonlinear Boolean programming.

Бондаренко В.Є., Бледнов О.В. Суб'єктивно-ймовірнісна модель синтезу живучих комп'ютерних мереж.

Комп'ютерна мережа весь час зазнає деструктивних впливів середовища, в якому вона функціонує. Тому, актуально стоїть проблема розробки живучих комп'ютерних мереж, які протидіють таким впливам, зберігаючи свою працездатність.

Деструктивні впливи на мережу носять, як правило, випадковий характер, але оцінка таких випадкових подій, на основі класичної теорії ймовірностей зустрічає серйозні труднощі, оскільки такі події є не систематичними і не носять масового характеру, що необхідно для оцінки частоти події, яка визначає її класичну ймовірність.

В роботі пропонується нова модель синтезу живучої ієрархічної комп'ютерної мережі. Розроблена модель вкладається в рамки задачі нелінійного булевого програмування. Модель використовує суб'єктивні ймовірності працездатності підключення різних пристроїв мережі в умовах деструктивних впливів. Мережа формується за критерієм максимальної живучості (суб'єктивної ймовірності функціонування мережі при деструктивних впливах).

Ключові слова: живучість, суб'єктивна ймовірність, моделювання, комп'ютерні мережі, нелінійне булеве програмування.

Бондаренко В.Е., Бледнов А.В. Субъективно-вероятностная модель синтеза живучих компьютерных сетей.

Компьютерная сеть постоянно испытывает деструктивные воздействия среды, в которой она функционирует. Поэтому, актуально стоит проблема разработки живучих компьютерных сетей, противостоящих таким воздействиям, сохраняя свою работоспособность.

Деструктивные воздействия на сеть носят, как правило, случайный характер, но оценка таких случайных событий, на основе классической теории вероятностей встречает серьезные трудности, поскольку такие события являются не систематическими и не носят массовый характер, что необходимо для оценки частоты события, определяющей его классическую вероятность.

В работе предлагается новая модель синтеза живучей иерархической компьютерной сети. Разработанная модель укладывается в рамки задачи нелинейного булевого программирования. Модель использует субъективные вероятности работоспособности подключения различных устройств сети в условиях деструктивных воздействий. Сеть формируется по критерию максимальной живучести (субъективной вероятности функционирования сети при деструктивных воздействиях).

Ключевые слова: живучесть, субъективная вероятность, моделирование, компьютерные сети, нелинейное булево программирование.

Вступ

Комп'ютерна мережа весь час зазнає деструктивних впливів соціально-фізичного середовища, в якому вона функціонує. Тому актуально стоїть проблема розробки живучих комп'ютерних мереж [1], які здатні протидіяти таким впливам, зберігаючи свою працездатність.

© Бондаренко В.Є., Бледнов О.В., 2017

Деструктивні впливи на мережу носять, як правило випадковий характер, але для оцінки випадкових подій такого типу, використання класичної теорії ймовірностей зустрічає серйозні труднощі, оскільки такі дії є не систематичними і не носять масового характеру, що необхідно для оцінки частоти події, яка дає оцінку класичної ймовірності події.

Тому, в роботі запропонований новий підхід для оцінки стану мережі в залежності від випадкових ознак, які не носять масового характеру, але пов'язані з станами мережі і визначаються на основі знань групи експертів. Таку оцінку будемо називати суб'єктивною ймовірністю. На основі суб'єктивної ймовірності ознак, проводиться оцінка підключень обладнання мережі з точки зору живучості.

Входячи з оцінки підключень обладнання мережі, пропонується модель синтезу живучої комп'ютерної мережі, яка вкладається у рамки нелінійного булевого програмування.

Модель синтезу структури ієрархічної комп'ютерної мережі

Задачу синтезу структури ієрархічної комп'ютерної мережі за критерієм підвищеної живучості можна сформулювати так: знайти такі невідомі X_{ij} , які дають максимум функції живучості V мережі, де X_{ij} - невідомі елементи матриці підключень,

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 - \text{якщо } j - \text{ий пристрій мережі підключений до } i - \text{ого,} \\ 0 - \text{якщо } j - \text{ий пристрій мережі не підключений до } i - \text{ого.} \end{cases}$$

$$V = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n c_{ij} X_{ij} \rightarrow \max, \quad (1)$$

де c_{ij} – корисність (суб'єктивна ймовірність живучості підключення j -го пристрою до i -го), n – кількість елементів мережі.

Якщо необхідно синтезувати мережу з заданим рівнем живучості a , то функція живучості матиме вигляд

$$V = \left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n c_{ij} X_{ij} - a \right)^2 \rightarrow \min.$$

Якщо експерт або група експертів оцінюють ймовірність настання тієї або іншої випадкової події на основі досвіду, наявної інформації і інтуїції, а не частоти появи події, то така ймовірність називається суб'єктивною ймовірністю [2]. Суб'єктивна ймовірність має використовуватися коли випадкові події не носять масового характеру, що відбуваються в однакових умовах. До класу таких подій відносяться і деструктивні впливи на телекомунікаційні (комп'ютерні) мережі.

В роботі розглядається підхід до побудови суб'єктивної ймовірності того, що підключення j -го пристрою до i -го, яке базується на суб'єктивних оцінках зв'язку цього підключення і випадковими деструктивними ознаками, що спостерігаються в процесі функціонування мережі, буде мати необхідний рівень живучості.

Нехай є набір n станів D_1, D_2, \dots, D_n підключення j -го пристрою до i -го. Наприклад, підключення повністю працездатне, повністю непрацездатне. Нехай є набір m ознак k_1, k_2, \dots, k_m , які супроводжують стани підключення. Наприклад, розрив кабелю, ураження комутатора.

Оскільки важко проводити числові статистичні експерименти з діючою складною системою, то для аналізу будемо використовувати суб'єктивні ймовірності. Такі ймовірності обчислюються на основі думки експертів.

Оцінка експертів формується у матрицю виду:

	D_1	D_2	...	D_n
D_1	1			
D_2		1		
...			1	
D_n				1

У клітці матриці заносяться оцінки експертів a_{ij} , які означають у скільки разів частіше стан D_i , яким помічений рядок матриці зустрічається частіше ніж стан D_j , яким помічений стовпець матриці. З такого визначення видно, що головна діагональ матриці має одиничні значення.

Таким чином, якщо $D_i = pD_j$, тобто стан D_i мережі зустрічається в p раз частіше стану D_j , то звідси маємо $D_j = 1/p D_i$.

Тобто, якщо оцінка $a_{ij} = p$, то $a_{ji} = 1/p$, а $a_{ii} = 1$.

Аналогічно матриці станів, експерти будують для кожного стану D_i системи матрицю ознак, де кожний рядок і стовпець матриці помічено ознаками k_1, k_2, \dots, k_m :

D_i	k_1	k_2	...	k_m
k_1	1			
k_2		1		
...			1	
k_m				1

Для матриці ознак, як і для матриці станів системи, мають місце співвідношення: $b_{ij} = p$, то $b_{ji} = 1/p$, а $b_{ii} = 1$.

У клітці матриці заносяться оцінки експертів b_{ij} , які означають у скільки разів частіше ознака k_i , якою помічений рядок матриці зустрічається у стані D_i частіше ніж ознака k_j , якою помічений стовпець матриці.

Для визначення суб'єктивної ймовірності, як станів, так і ознак у кожному стані, необхідно визначити власний вектор матриць і нормувавши його на одиницю, отримаємо суб'єктивну ймовірність.

Власний вектор $\{c_r\}_{r=1}^n$ приблизно можна обчислити за таким співвідношенням:

$$c_r = (a_{r1} \times a_{r2} \times \dots \times a_{rm})^{1/n},$$

де a_{ij} – елементи матриці станів, n – кількість станів системи.

Суб'єктивні ймовірності $P(D_i)$ для станів D_i обчислюються за формулою нормування

$$P(D_i) = \frac{c_i}{\sum_{i=1}^n c_i},$$

Умовні суб'єктивні ймовірності $P(k_i / D_j)$ присутності ознаки k_i , коли має місце стан D_j , обчислюються аналогічно обчисленням суб'єктивної ймовірності $P(D_i)$ для станів D_i .

Використовуючи формулу Баєса обчислимо суб'єктивні ймовірності станів складної системи, коли має місце множина ознак B .

$$P(D_i / B) = \frac{P(D_i)P(B / D_i)}{\sum_{j=1}^n P(D_j)P(B / D_j)},$$

де $B \subset k$ – підмножина множини ознак $k = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$.

Якщо деяка i -та ознака з множини B відсутня у стані системи D_j , то це означає, що її ймовірність $1 - P(k_i / D_j)$, де $P(k_i / D_j)$ – ймовірність присутності ознаки k_i коли має місце стан D_j .

Ймовірність $P(B / D_j)$, якщо всі ознаки з множини B присутні коли система знаходиться в стані D_j задається виразом

$$P(B / D_j) = P(k_1 / D_j) P(k_2 / D_j) \dots P(k_m / D_j).$$

Якщо деяка t -та ознака з множини B відсутня для стану D_j системи, то

$$P(B / D_j) = P(k_1 / D_j) P(k_2 / D_j) (1 - P(k_t / D_j)) \dots P(k_m / D_j).$$

Розглянемо простий приклад. Нехай експерти сформуливали матрицю станів деякої комп'ютерної мережі у такому вигляді:

	D ₁	D ₂	D ₃
D ₁	1	1/6	1/9
D ₂	6	1	1/9
D ₃	9	9	1

Тоді суб'єктивні ймовірності станів D_j розраховуються так.

$$c_1 = (a_{11} \times a_{12} \times a_{13})^{1/3} = (1 \times 1/6 \times 1/9)^{1/3} = 0,265;$$

$$c_2 = (a_{21} \times a_{22} \times a_{23})^{1/3} = (6 \times 1 \times 1/9)^{1/3} = 0,874;$$

$$c_3 = (a_{31} \times a_{32} \times a_{33})^{1/3} = (9 \times 9 \times 1)^{1/3} = 4,327.$$

$$c_1 + c_2 + c_3 = 0,265 + 0,874 + 4,327 = 5,46.$$

$$P(D_1) = c_1 / 5,46 = 0,05;$$

$$P(D_2) = c_2 / 5,46 = 0,15;$$

$$P(D_3) = c_3 / 5,46 = 0,8.$$

Нехай матриці ознак для кожного стану експерти задали у такому вигляді.

D ₁	k ₁	k ₂
k ₁	1	1/2
k ₂	2	1

D ₂	k ₁	k ₂
k ₁	1	1/1,5
k ₂	1,5	1

D ₃	k ₁	k ₂
k ₁	1	8
k ₂	1/8	1

Виконуючи розрахунки, аналогічні до розрахунків суб'єктивної ймовірності станів, отримаємо.

$$P(k_1 / D_1) = 0,33; \quad P(k_2 / D_1) = 0,66; \quad P(k_1 / D_2) = 0,4; \quad P(k_2 / D_2) = 0,6;$$

$$P(k_1 / D_3) = 0,89; \quad P(k_2 / D_3) = 0,11.$$

Визначимо ймовірність стану системи D_1 , якщо обидва показники k_1 і k_2 мають місце. $B = \{ k_1, k_2 \}$.

$$P(D_1 / B) = \frac{P(D_1) \cdot P(k_1 / D_1) \cdot P(k_2 / D_1)}{P(D_1) \cdot P(k_1 / D_1) \cdot P(k_2 / D_1) + P(D_2) \cdot P(k_1 / D_2) \cdot P(k_2 / D_2) + P(D_3) \cdot P(k_1 / D_3) \cdot P(k_2 / D_3)}.$$

$$P(D_1 / B) = 0,05 \times 0,33 \times 0,66 / (0,05 \times 0,33 \times 0,66 + 0,15 \times 0,4 \times 0,6 + 0,8 \times 0,89 \times 0,11) = 0,087;$$

Нехай $B_i \subset k = \{ k_1, k_2, \dots, k_m \}$ – підмножина множини ознак деструктивних впливів, де $i=1, 2, \dots, s$, тоді обчислимо множину $\{ P(D_1 / B_1), P(D_1 / B_2), \dots, P(D_1 / B_s) \}$. Ця множина являє собою множину ймовірностей знаходження підключення j -го пристрою до i -го у працездатному стані (D_1) при виконанні деструктивних впливів, що задаються підмножинами B_1, B_2, \dots, B_s множини ознак деструктивних впливів k .

Звідси, корисність c_{ij} (суб'єктивна ймовірність) знаходження підключення j -го пристрою до i -го у працездатному стані (D_1) при будь-яких деструктивних впливах з множини B_1, B_2, \dots, B_s задається виразом.

$$c_{ij} = P(D_1 / B_1) + P(D_1 / B_2) + \dots + P(D_1 / B_s) \quad (2)$$

Множину ознак деструктивних впливів k , її підмножини B_1, B_2, \dots, B_s , а також стан (D_1) підключення j -го пристрою до i -го, для якого обчислюється суб'єктивна ймовірність c_{ij} визначається експертами.

При цьому, окрім функції живучості (1), повинні виконуватися наступні обмеження, які випливають з властивостей ієрархічних структур телекомунікаційних (комп'ютерних) мереж:

1. До одного елементу вищого рівня не може підключатися більше P елементів нижчого рівня.

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq P, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

де P – максимальна кількість пристроїв підключених до пристрою вищого рівня ієрархії, X_{ij} – невідомі елементи матриці підключень.

2. Кожний елемент структури мережі має бути підключений не більше ніж одному вищестоящому елементу (один елемент може бути головним і нікому не підпорядковуватися):

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} \leq 1, \quad j=1,2,\dots,n, \quad (4)$$

де X_{ij} – невідомі елементи матриці підключень.

Це обмеження означає, що у кожному стовпці матриці підпорядкувань має бути не більше ніж одна одиниця. Може бути один стовпець з елементом найвищого рівня ієрархії, який нікому не підпорядковується. У такому стовпці стоять лише нулі, тому сума елементів такого стовпця буде дорівнювати 0. Однак, може трапитися випадок, коли умова (4) виконується ($\sum_{i=1}^n X_{ij}=0$), але елемент у цьому випадку є ізольованим (він ні до чого не підключений і до нього пристрої не підключені), що не припускається у структурі мережі. Для недопущення такого випадку використовується умова (5).

3. Кожний елемент структури мережі має хоча б один зв'язок підпорядкування, тобто він не може бути ізольованим, автономним, без підключення.

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} + \sum_{k=1}^n X_{jk} \geq 1, \quad j=1,2,\dots,n, \quad (5)$$

де X_{jk} – невідомі елементи матриці підключень, що визначають значення підпорядкування k -го елемента (k -го стовпчика таблиці підпорядкувань) j -му елементу (j -му рядку таблиці підпорядкувань).

Тобто, кожен елемент має бути хоча б комусь підпорядкований, або йому має бути підпорядкований хоча б якийсь елемент. Говорячи мовою таблиці підпорядкувань, це означає, що сума елементів стовпця і рядка з тим самим номером має бути не менша за одиницю.

4. Всього зв'язків підпорядкування має бути на одиницю менше ніж кількість всіх елементів структури мережі, тому що кожен елемент, за винятком одного (головного), має бути комусь підпорядкований.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} = n - 1. \quad (6)$$

Оскільки у кожному з $(n-1)$ стовпців матриці має бути по одній одиниці, а у одному стовпці, якому відповідає головний елемент, жодної, то сума усіх елементів матриці підключень має дорівнювати $n-1$.

5. У системі не повинно бути циклічних зв'язків підключення, коли вищестоящий елемент підпорядковується нижчестоящому елементу, який йому підпорядкований безпосередньо, або через низку елементів проміжних рівнів.

Ця умова задається виразом (7), одержаним з аналізу графів структур ієрархічних мереж.

Для того, щоб n -вершинний граф G з матрицею суміжності $A = A(G)$ не мав контурів, необхідно і досить, щоб матриця $B = A^2 + A^3 + \dots + A^n$ мала нульові діагональні елементи. Тобто

$$B = \sum_{k=2}^n |X_{ij}|^k, \quad \sum_{i=1}^n b_{ii} = 0, \quad (7)$$

де $|X_{ij}|$ – матриця підключень, X_{ij} – невідомі елементи матриці підключень, b_{ii} – елементи головної діагоналі матриці B , n – кількість елементів у структурі.

Реалізація моделі виконувалась статистичним методом з детермінованим навчанням [3].

На основі створених теоретичних положень, розроблена на мові Visual Basic в середовищі системи Excel, програмна система для синтезу живучих ієрархічних комп'ютерних мереж. Загальний вигляд системи представлений на рис. 1.

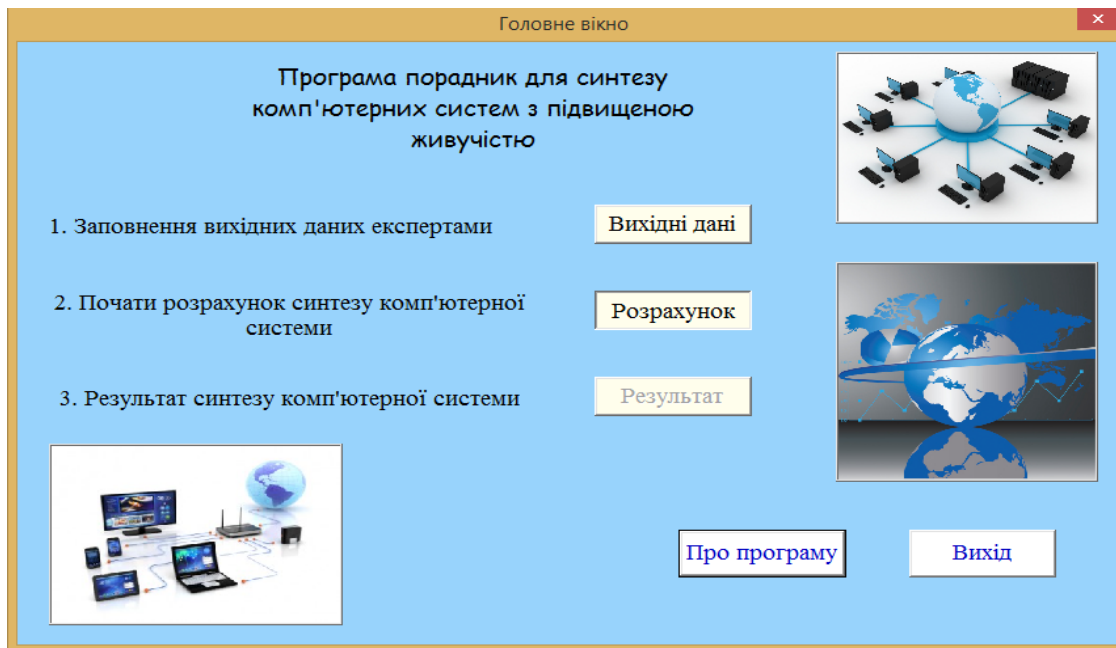


Рис. 1. Загальний вигляд системи для синтезу живучих ієрархічних комп'ютерних мереж

На рис.2 наведена залежність кількості операцій, необхідних для синтезу живучої комп'ютерної мережі у порівнянні з повним перебором варіантів. Як видно з рис.2. при кількості елементів мережі більшій за 35 кількість операцій в процесі повного перебору для пошуку найкращого варіанту структури мережі різко зростає. Кількість операцій в процесі пошуку найкращого варіанту структури мережі запропонованим методом практично не залежить від максимальної кількості пристроїв підключених до пристрою вищого рівня ієрархії мережі (параметр P в обмеженні (3) моделі).

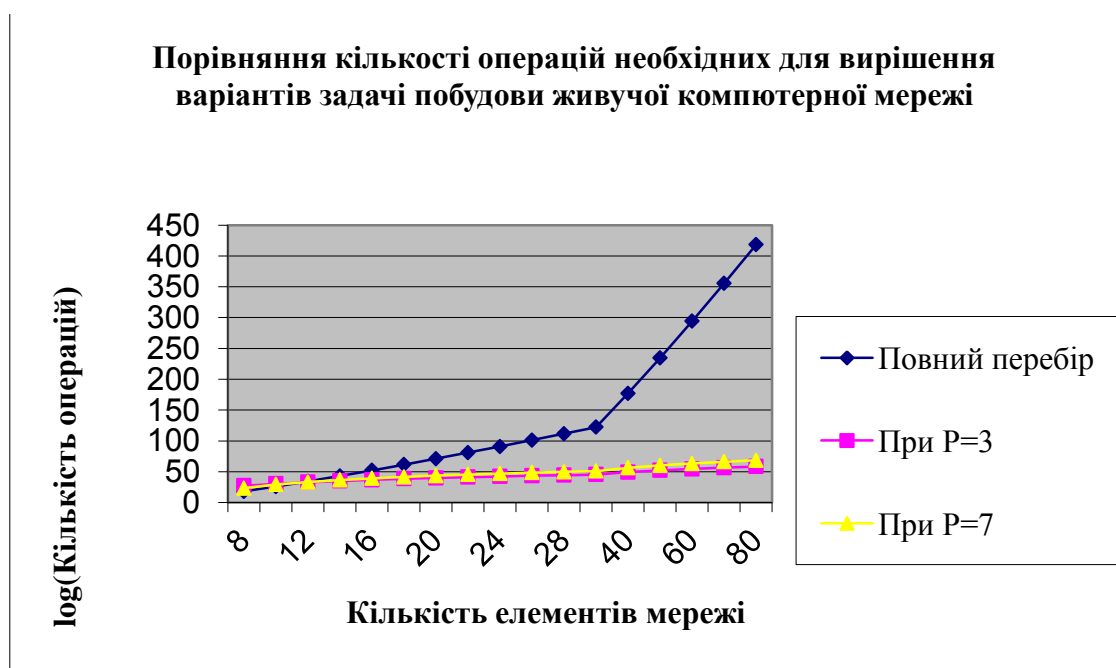


Рис. 2. Кількість операцій необхідних для вирішення варіантів задачі побудови живучої комп'ютерної мережі

Висновки

1. В роботі запропонована модель синтезу живучої ієрархічної комп'ютерної мережі як задача нелінійного булевого програмування, цільова функція якої являє собою суб'єктивну ймовірність (живучість) синтезованої мережі.

2. Запропонований підхід оцінки суб'єктивної ймовірності працездатності підключення пристроїв мережі в умовах різноманітних комбінацій деструктивних впливів на таке підключення.

3. На основі створених теоретичних положень, розроблена на мові Visual Basic в середовищі системи Excel, програмна система для синтезу живучих ієрархічних комп'ютерних мереж.

Список використаної літератури

1. Бондаренко В.Є. Система-порадник для побудови топології живучої комп'ютерної мережі. Наукові записки українського науково-дослідного інституту зв'язку. № 5(33), 2014. с. 65-72.

2. Бондаренко В.Є. Елементи суб'єктивної теорії ймовірностей для оцінки можливості шкідливих впливів і деструктивних дій в комп'ютерних мережах. Наукові записки українського науково-дослідного інституту зв'язку. № 4(32), 2014. с. 17-21.

3. Бондаренко В.Е. Статистический метод поиска экстремума с детерминированным обучением. "Гибридные вычислительные машины и комплексы", 1989, в. 12., с.40 - 45.

Автор статті

Бондаренко Віктор Євгенович - доктор технічних наук, доцент, професор кафедри комп'ютерних систем та мереж, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна. Тел. +38 099 520 62 19. E-mail: victorbondarenko@ukr.net

Бледнов Олексій Васильович - студент, Державний університет телекомунікацій, Київ, Україна. Тел.: +38 095 896 98 93. E-mail: alexeyblednov@mail.ru

Author of the article

Bondarenko Viktor Evgenevych - doctor of sciences (technic), associate professor, professor of Department of Computer Systems and Networks, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine. Tel. +38 099 520 62 19. E-mail: victorbondarenko@ukr.net

Blyednov Oleksiy Vasylovych - student, State University of Telecommunications, Kyiv, Ukraine. Tel. +38 095 896 98 93. E-mail: alexeyblednov@mail.ru

Дата надходження в редакцію: 10.01.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. К.С. Козелкова