

УДК 519.86, 330.4

Матичин І.І., д.ф.-м.н., с.н.с.
Інститут кібернетики
ім.В.М. Глушкова
Онищенко В.В., к.ф.-м.н., доц.
Державний університет
телекомунікацій

СИГМОЇДНІ КРИВІ ЯК МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ ГАЛУЗІ

Розглянуто модель розвитку галузі телекомунікацій за допомогою сигмоїдних кривих: Ферхюльста-Перля та Гомпертца на основі статистичних даних за 2002-2012 роки з використанням мови програмування R

Постановка проблеми. За роки свого існування телекомунікаційна галузь України стала одною з найбільш значущих секторів економіки України, одною з найбільш розвинених та найбільш інноваційно орієнтованих галузей економіки, головною метою якої є забезпечення інтересів кожного споживача та українського суспільства загалом через створення високорозвиненої інформаційно-телекомунікаційної інфраструктури.

Телекомунікаційна галузь нині — це 4,6% ВВП в економіці країни, 16,6 тис. підприємств і 240 тис. робочих місць [1]. А її послугами користуються майже всі громадяни України. В останні роки галузь демонструє стабільну динаміку зростання доходів та обсягів наданих населенню послуг.

Позитивний тренд цього сегменту забезпечується передусім за рахунок упровадження іновацій всіма ланками галузі:

- операторами фіксованого зв'язку послуг ширококутвого доступу Інтернету. Останніми роками в Україні відбувається інтенсивна інформатизація усіх сфер життєдіяльності, і саме ширококутвий доступ стає найважливішим та найперспективнішим напрямком телекомунікаційної галузі, оскільки є одним з основних елементів системи державного управління та відносин між державою і громадянами.

- мобільні оператори розширюють спектр послуг, які вони надають, з метою отримання більшої частки на ринку.

- зміцнення позицій Укрпошти як лідера в таких сегментах ринку: платіжні послуги, письмова кореспонденція, доставка (в тому числі міжнародна) посилок і вантажів, бізнес-комунікації. В 2012 році експерти Укрпошти розробили стратегію розвитку на найближчі п'ять років [2].

Традиційні методи моделювання розвитку даного ринку ускладнені постійною появою нових технологій, що кардинально змінюють характер розвитку ринку, тому питання моделювання розвитку даного ринку є актуальним.

Мета дослідження. Отримати найбільш достовірну модель для опису динаміки телекомунікаційної галузі.

Виклад основного матеріалу. При описі довгострокової динаміки економічних систем та процесів використання широкоживаних лінійних, експоненціальних та степеневих трендів далеко не завжди є обґрунтованим. Це пов'язано з тим, що на практиці будь-яке зростання стримується різноманітними факторами. Який же фактор стримує зростання продажів? Це життєвий цикл технологій і темп зростання попиту. Зв'язок попиту на нову технологію з факторами, що її стримують був продемонстрований у 1962 році Евереттом Роджерсом в книзі «Дифузія іновацій»[3]. Роджерс показав (рис.1), що іновації завойовують визнання відповідно до «дзвонуватої» моделі (пунктирна крива на рис.1), яка описує швидкість поширення іновації.

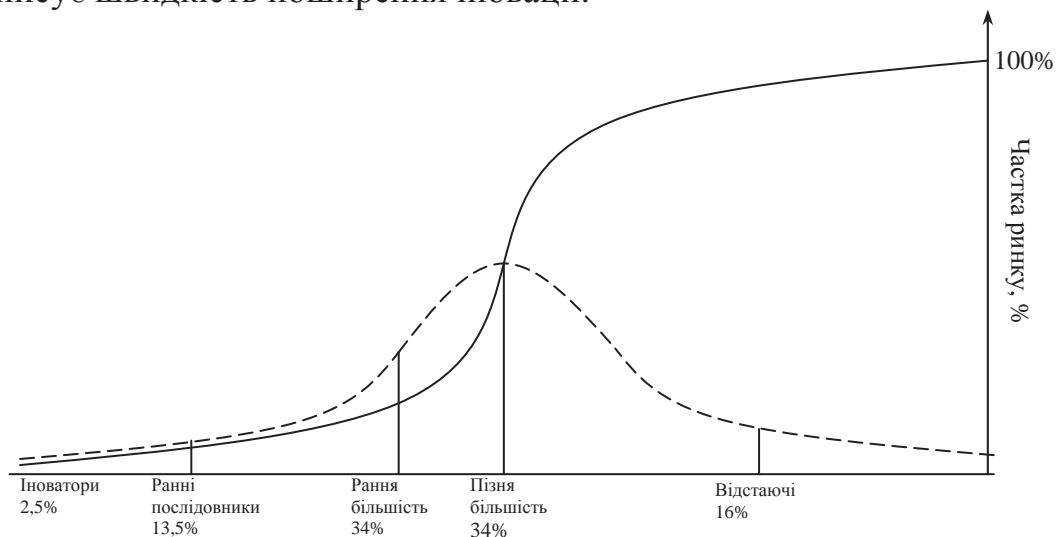


Рис.1. Поширення іновацій

Спочатку відбувається повільне зростання від «іноваторів» та «ранніх послідовників», після чого в темпі приросту відбувається злам. На наступному етапі «ранньої більшості» попит на іновацію досягає максимуму і починає спадати, поки іновацію не опанує «пізня більшість». На останньому етапі іновацію сприймають «відстаючі», у яких уже фактично не залишається вибору. Якщо ж проінтегрувати цю криву, то кумулятивний показник, що характеризує частку ринку, завойовану іновацією, набуде вигляду S-подібної кривої.

Існує ціла низка моделей, що описуються S-подібною кривою або «сигмоїдою». Найбільш відома з них – це модель, що базується на логістичній кривій Ферхюльста-Перля [4] і задається рівнянням:

$$\frac{dQ}{dt} = \delta \cdot Q \cdot \frac{K - Q}{K}, \quad (1)$$

де $\frac{dQ}{dt}$ – зростання доходу галузі в одиницю часу,

δ – потенційне зростання доходу галузі,

Q – дохід галузі,

K – потенційна (максимальна) ємність ринку,

$\frac{K - Q}{K}$ – вільні можливості для зростання.

Спочатку розв'яжемо диференціальне рівняння логістичної кривої, застосувавши метод розділення змінних:

$$Q(t) = \frac{K}{1 + C \cdot e^{-\delta t}}, \quad (2)$$

де C – довільна константа.

Знайдемо другу похідну $Q(t)$.

При цьому перша похідна буде мати вигляд: $Q'(t) = \frac{CK\delta e^{-\delta t}}{(1 + Ce^{-\delta t})^2}$,

тоді

$$Q''(t) = \frac{-CK\delta^2 e^{-\delta t} (1 - Ce^{-\delta t})}{(1 + Ce^{-\delta t})^3}. \quad (3)$$

Помножимо чисельник і знаменник (2) на $e^{3\delta t}$, отримаємо

$$Q''(t) = \frac{CK\delta^2 e^{\delta t} (C - e^{\delta t})}{(e^{\delta t} + C)^3} \quad (4)$$

Графік $Q = Q(t)$ має точку перегину, коли друга похідна перетворюється в нуль, тобто:

$$CK\delta^2 e^{\delta t} (C - e^{\delta t}) = 0 \quad (5)$$

А це відбудеться, коли $C = e^{\delta t}$. Таким чином, якщо покласти $C = e^{\delta t_0}$, де t_0 - час, коли відбувається перегин $Q(t)$, тоді розв'язок (1) набуде вигляду:

$$Q(t) = \frac{K}{1 + e^{-\delta(t-t_0)}}. \quad (6)$$

Зауважимо, дохід галузі Q наближається до потенційної (максимальної) ємності ринку K при $t \rightarrow \infty$.

На практиці також часто застосовується модель Гомпертца. Відмінність між цими двома моделями полягає в тому, що логістична крива дає симетричне наближення до верхньої та нижньої асимптот, тоді

як для функції Гомпертца характерне більш плавне наближення до верхньої асимптоти. Британський страховий математик Бенджамін Гомпертц, який описав її у 1825 році, цікавився залежністю рівня смертності від віку. Зауважимо, що функція Гомпертца широко застосовується в медицині для опису зростання злоякісних пухлин.

Математично функція Гомпертца може бути виведена з закону смертності Гомпертца і задається подвійною експонентою:

$$y(t) = ae^{be^{ct}}, \quad (7)$$

де a – верхня асимптота, b, c – деякі від’ємні числа.

Для побудови моделі телекомунікаційної галузі використаємо статистичні дані [5-7] за останні 10 років з 2002 по 2012 роки. За допомогою мови програмування і середовища для статистичних обчислень R побудуємо логістичну криву та функцію Гомпертца, які апроксимують статистичні дані, використаємо при цьому метод найменших квадратів (МНК). Нелінійний МНК у мові R реалізований у вигляді функції `nls` (non-linear least squares).

Введемо статистичні дані для аналізу:

```
> data<-c(10.7,13.2,21.1,27.4,33.6,39.9,45.7,46.1,47.3,50.3,52.3)
> year<-2002:2012
> time<-0:10
```

Тут `data` – вектор-стовпчик, що містить величину річного доходу телекомунікаційної галузі, масив `year` містить роки, яким відповідають ці дані, а масив `time` – кількість років, що пройшли від початку періоду, який розглядається.

Перепишемо формулу (4) у вигляді

$$Q(t) = \frac{\beta_1}{1 + e^{\beta_2 + \beta_3 t}}, \quad (8)$$

де $\beta_1 = K$, $\beta_2 = \delta t_0$, $\beta_3 = -\delta$.

Щоб апроксимувати статистичні дані логістичною кривою за допомогою функції `nls`, нам необхідно задати початкові значення параметрів моделі. Виходячи з вигляду статистичних даних, покладемо початкове значення для β_1 , тобто асимптотичне значення доходу, рівним 55. Тоді $Q(0) = \frac{55}{1 + e^{\beta_2}} = 10,7$, звідки знаходимо $\beta_2 \approx 1.4$. Остаточо визначаємо початкове значення для β_3 з рівняння $Q(1) = \frac{55}{1 + e^{1.4 + \beta_3}} = 13.2$, маємо $\beta_3 \approx -0.25$. Початкові значення параметрів передаються функції `nls` у вигляді аргумента `start`. Остаточо розрахунки мають вигляд:

```

> logist.mod<-nls(data ~
beta1/(1+exp(beta2+beta3*time)),start=list(beta1=55,beta2=1.4,beta3=-0.25))
> summary(logist.mod)
Formula: data ~ beta1/(1 + exp(beta2 + beta3 * time))
Parameters:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
beta1 52.27824   1.02036   51.23  2.33e-11 ***
beta2  1.47641   0.08284   17.82  1.01e-07 ***
beta3 -0.52448   0.03354   -15.64  2.79e-07 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 1.199 on 8 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 7
Achieved convergence tolerance: 2.372e-06

```

Звідси ми бачимо, що статистичні дані найкраще апроксимує наступна логістична модель:

$$Q(t) = \frac{52.27824}{1 + e^{1.47641 - 0.52448t}}. \quad (9)$$

При цьому лишкова сума квадратів (похибка моделі – residual standard error) становить 1,199.

Аналогічно, апроксимуюча формула для моделі Гомпертца має вигляд

$$Q(t) = ae^{be^c}. \quad (10)$$

Знову, виходячи з вигляду статистичних даних, покладемо початкове значення для a , тобто асимптотичне значення доходу, рівним 55. Тоді $Q(0) = 55e^b = 10,7$, звідки знаходимо $b \approx -1.6$. Остаточо визначаємо початкове значення для c з рівняння $Q(1) = 55e^{-1.6e^c} = 13.2$, маємо $c \approx -0.1$.

Проведемо розрахунки:

```

> gompertz.mod<-nls(data ~ a*exp(b*exp(c*time)),start=list(a=55,b=-
1.6,
c=-0.1)) > summary(gompertz.mod)
Formula: data ~ a * exp(b * exp(c * time))
Parameters:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
a      55.49830   1.85590   29.90  1.70e-09 ***
b     -1.85655   0.10000  -18.57  7.30e-08 ***
c     -0.33427   0.03063  -10.91  4.41e-06 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 1.436 on 8 degrees of freedom
Number of iterations to convergence: 6
Achieved convergence tolerance: 4.542e-06

```

В результаті ми бачимо, що статистичні дані найкраще апроксимує наступна функція Гомпертца:

$$Q(t) = 55.4983e^{-1.85655e^{-0.33427t}}. \quad (11)$$

При цьому лишкова сума квадратів (похибка моделі – residual standard error) становить 1,436.

На графіку (Рис.2) зображено статистичні дані та апроксимуючі їх логістичну криву та криву Гомпертца (пунктирна лінія).

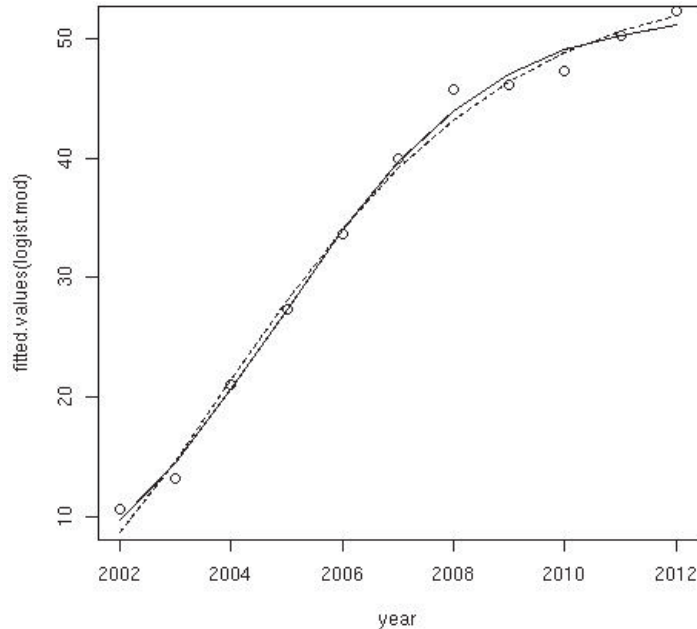


Рис.2. Логістична крива та крива Гомпертца (пунктирна лінія)

Висновки. Як видно з рис.2, крива Гомпертца краще враховує інноваційні зміни галузі телекомунікацій і відповідно буде давати точніший прогноз на наступні періоди, але за умови збереження тенденції іновацій в усіх секторах галузі.

Нажаль тенденції початку 2013 року є невтішні: швидко зростаючий ринок швидкісного широкосмугового інтернет-доступу остаточно завмер, українці припинили збільшувати витрати на послуги телекомунікацій.

Усе вказує на те, що якщо ставлення держави до телекомунікацій не зміниться в кращий бік, то ринок почне втрачати прибутки.

Список використаних джерел

1. Василенко Ю. Телекомунікації як фундамент для реформ/ Ю.Василенко//Урядовий кур'єр. – 2012. - 16 листопада. – Режим доступу: <http://ukurier.gov.ua/uk/articles/telekomunikaciyi-yak-fundament-dlya-reform/>
2. Репіч А. Укрпошта: на шляху до інновацій/ А. Репіч// Профспілкові вісті. – 2012. – №42. – Режим доступу: <http://psv.org.ua/arts/suspilstvo/view-1233.html>
3. Rogers E.M. Diffusion of innovations. – Glencoe: Free Press, 1962. – 367 p.
4. Онищенко В.В. Аналіз галузі зв'язку на основі моделі Ферхюльста-Перля /В.В.Онищенко // Економіка. Менеджмент. Бізнес. – 2012. - №1. - Т.2.- С.28-33.

5. Новини галузі [Електроний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ucrf.gov.ua>.

6. Звіт щодо діяльності НКРЗ та стану телекомунікацій в Україні за 2011 рік / Національна комісія з питань регулювання зв'язку України – Київ, 2012. - 43 с.

7. Стан і розвиток зв'язку в Україні [Електроний ресурс]./ Державна служба статистики України . - - Режим доступу:<http://www.ukrstat.gov.ua>

УДК 338.27

Одаренко О.В.

Державний університет
телекомунікацій

ХМАРНІ ОБЧИСЛЮВАННЯ ЯК АКТУАЛЬНИЙ РИЗИК-ТРЕНД ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ КОМПАНІЙ

У статті розглядаються хмарні обчислювання як новітній ризик-тренд для компаній ринку телекомунікацій. Аналізуються рівні реалізації даного ризик-тренду. Надано пропозиції щодо удосконалення корпоративного ризик-менеджменту телекомунікаційних підприємств.

Постановка проблеми. Хмарні обчислювання - сучасна сфера віртуалізації ІТ-процесів, новітній технологічний та бізнес-тренд, що реалізується у багатьох секторах сучасної економіки. У хмарних обчислюваннях аналітики ринку убачають конкурентні переваги для бізнесу. Хмарні технології широко використовуються малим та середнім бізнесом. У хмари передаються ІТ-системи, комунікаційні ресурси компаній тощо.

За даними аналітичної компанії Garther, лідерами з впровадження хмарних обчислювань є 13 розвинених країн світу, зокрема Велика Британія, Китай, Німеччина, Росія, США (переважна кількість хмарних провайдерів розташована у США), у яких вже нині 30-50% державних установ та організацій використовують/планують почати використовувати найближчим часом хмарні технології. Проте, загалом у світі ринок хмарних обчислювань є нерозвиненим. У глобальному масштабі лише 50 мільйонів компаній та 8% установ використовують хмарні технології.

Активне використання хмарних технологій у корпоративному