

ПОБУДОВА КООРДИНАТНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ РІВНЯНЬ РУХУ ОСЕРДЯ ОПТИЧНОГО КАБЕЛЮ МЕРЕЖ ДОСТУПУ

В роботі розглянуто оптичні кабелі мереж доступу. Запропоновано методику отримання системи лінійно незалежних координатних функцій. Функції використовуються для знаходження розв'язків крайових задач під дією зовнішніх механічних факторів.

Ключові слова: оптичний кабель, мережа зв'язку, осердя, координатна функція.

Одним з основних напрямків сучасного науково-технічного прогресу є всебічний розвиток волоконно-оптичних систем та мереж зв'язку, що забезпечують можливість доставки на значні відстані великого обсягу інформації з високою швидкістю. При цьому має місце поділ мереж зв'язку на дві підсистеми – транспортні мережі зв'язку та мережі доступу, що забезпечують під'єднання термінального обладнання абонента до транспортних мереж. Серед типів мереж доступу на цей час найбільш прогресивною вважається мережа FTTH (волокну до дому), яка забезпечує підключення оптичного волокна безпосередньо до домашньої апаратури абонента. Перевагою цієї технології є високий рівень інформаційно-пропускної здатності. Особливістю даної Характеристичне рівняння технології є використання конструкції багатоволоконного оптичного кабелю з осердям стрічкового типу. При цьому кількість оптичних волокон в оптичному кабелі може досягати багатьох сотень і наближатись до тисячі. Обумовлено це тим, що до кожного абонента мережі має бути підведена як мінімум пара оптичних волокон. Таким чином, оптичний кабель, що має багатоволоконне осердя стрічкового типу є основою для побудови мережі доступу типу FTTH. Аналіз сучасних мереж доступу показує: концепція “волокну в квартиру” FTTH (fiber to the home) є самою перспективною, оскільки вона забезпечує найбільшу полосу пропускання, масове обслуговування абонентів на відстані до 20 км від вузла зв'язку, швидкість доступу для абонента до кількох гігабіт в секунду. На цей час має місце широке впровадження технологій FTTH в США та Японії. В Японії над втіленням державної програми впровадження даної технології. Перевагами мережі FTTH являються:

- висока полоса пропускання. Сучасні вимоги до полоси пропускання – це 20 50 Мбіт/с в нисхідному (до абонента) потоці і більш ніж 10 Мбіт/с в висхідному. Слід зазначити, що полоса 50 Мбіт/с відповідає двом потокам HDTV. При широкому поширенні HDTV-мовлення в майбутньому слід розраховувати, що кожна сім'я буде споживати одночасно до двох потоків відео.

- конфіденційність. Поставити “жучок” на оптоволокну практично неможливо. А якщо врахувати, що оптичний сигнал скремблюється таким, наприклад, протоколом, як GPON, то можливість прослуховування практично виключається.

- висока надійність. Волоконно-оптичні кабелі (на відміну від мідних кабелів) не піддаються корозії в місцях зварювання, а кросові порти не окислюються, не реагують на вологість (як в вуличних кросах для мідних кабелів) і характеризуються відсутністю перехресних завад (cross-talk).

Головною складовою частиною мережі FTTH являються оптичні кабелі (ОК) з осердям стрічкового типу. ОК даного типу складаються з пакету плоских пластикових стрічок, в яких розміщено певне число оптичних волокон.

Осердя оптичного кабелю для підвищення механічних властивостей має бути скрученим, в поперечному перерізі являє собою прямокутний пакет з оптичних волокон. Тому його можна розглядати як закручений стержень і для дослідження механічних властивостей даного осердя застосовувати нелінійну теорію закручених стержнів.

В роботі [1] було отримано рівняння руху для осердя оптичного кабелю (ОК) мереж доступу на основі теорії гнучких закручених стержнів:

$$\frac{\partial^4 v_0}{\partial s^4} - (a^2 - \beta_3 R) \frac{\partial^2 v_0}{\partial s^2} - 2a \frac{\partial^3 w_0}{\partial s^3} = f_1(s, t \dots)$$

$$\frac{\partial^4 w_0}{\partial s^4} - (a^2 - \gamma_3 R) \frac{\partial^2 w_0}{\partial s^2} + 2a \frac{\partial^3 v_0}{\partial s^3} = f_2(s, t \dots)$$

де a – ступінь закрученості стрижня; $\beta_3 = \frac{Fl^2}{J_3}$; $\gamma_3 = \frac{Fl^2}{J_3}$; $R = \frac{P(t)}{EJ_3}$;

$f_1(s, t \dots)$, $f_2(s, t \dots)$ – деякі функції, що залежать від виду зовнішнього повздожнього напруження, геометричних і фізичних параметрів стрижня.

Для знаходження розв'язків даного типу рівнянь застосовують підхід [2], який полягає в побудові координатних функцій, які повинні складати систему лінійно-незалежних функцій. Отримані координатні функції являються основою для знаходження розв'язків рівнянь руху, в тому числі й отриманих нами.

Двічі проінтегруємо задану систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_0}{\partial s^2} - (a^2 - \beta_3 R)v_0 - 2a \frac{\partial w_0}{\partial s} &= F_1(s) + C_1 s + C_0 \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial s^2} - (a^2 - \gamma_3 R)w_0 + 2a \frac{\partial v_0}{\partial s} &= F_2(s) + D_1 s + D_0 \end{aligned}$$

де $F_i(s) = \int \left(\int f_i(s) ds \right) ds$ ($i = 1, 2$)

Перетворимо отримані рівняння наступним чином:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_0}{\partial s^2} - 2a \frac{\partial w_0}{\partial s} - a^2 v_0 &= F_1^*(s, v_0) \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial s^2} - 2a \frac{\partial v_0}{\partial s} - a^2 w_0 &= F_2^*(s, w_0) \end{aligned}$$

де $F_1^*(s, v_0) = -\beta_3 R v_0 + F_1(s) + c_1 s + c_0$

$F_2^*(s, w_0) = -\gamma_3 R w_0 + F_2(s) + D_1 s + D_0$

Ставиться задача побудови фундаментального розв'язку системи однорідних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_0}{\partial s^2} - 2a \frac{\partial w_0}{\partial s} - a^2 v_0 &= 0 \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial s^2} - 2a \frac{\partial v_0}{\partial s} - a^2 w_0 &= 0 \end{aligned}$$

Для спрощення задачі, замінимо ці рівняння такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_0}{\partial s} &= z_1; & \frac{\partial w_0}{\partial s} &= u_1; \\ \frac{\partial z_1}{\partial s} &= 2a u_1 + a^2 v_0; \\ \frac{\partial u_1}{\partial s} &= -2a z_1 + a^2 w_0; \end{aligned} \tag{1}$$

Характеристичне рівняння для систем має вигляд:

$$(\lambda^2 + a^2)^2 = 0,$$

$\lambda_1 = ai, \lambda_2 = -ai$ – двократні корені характеристичного рівняння.

Представляємо згідно теорії [3] спочатку:

$$v_0 = Ae^{ias}, \quad z_1 = Be^{ias}; \quad w_0 = Ce^{ias}, \quad u_1 = De^{ias}$$

а потім:

$$v_0 = (E + Fs)e^{ias}; \quad z_1 = (G + Hs)e^{ias}; \quad w_0 = (K + Ls)e^{ias}; \quad u_1 = (P + Qs)e^{ias},$$

тут $A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, P, Q$ - комплексно значні вирази.

Підставивши їх в систему (1), виділивши дійсну та уявну частини, одержимо наступні групи фундаментальних розв'язків:

а)

$$v_0^{(1)} = -\frac{1}{a} \cos as; \quad z_1^{(1)} = \sin as;$$

$$w_0^{(1)} = \frac{1}{a} \sin as; \quad u_1^{(1)} = \cos as;$$

$$v_0^{(21)} = -\frac{1}{a} \sin as; \quad z_1^{(2)} = -\cos as;$$

$$w_1^{(2)} = -\frac{1}{a} \cos as; \quad u_1^{(2)} = \sin as;$$

б)

$$v_0^{(3)} = -\frac{s}{a} \cos as + \frac{1}{a^2} \sin as; \quad z_1^{(3)} = s \sin as;$$

$$w_0^{(3)} = \frac{1}{a^2} \cos as + \frac{s}{a} \sin as; \quad u_1^{(3)} = s \cos as;$$

$$v_0^{(4)} = -\frac{1}{a^2} \cos as - \frac{s}{a^2} \sin as; \quad z_1^{(4)} = -s \cos as;$$

$$w_0^{(4)} = -\frac{s}{a} \cos as + \frac{1}{a^2} \sin as; \quad u_1^{(4)} = s \sin as.$$

Виходячи з отриманих розв'язків система координатних функцій буде мати вигляд:

$-\frac{1}{a} \cos as$	$\sin as$	$\frac{1}{a} \sin as$	$\cos as$
$-\frac{1}{a} \sin as$	$-\cos as$	$-\frac{1}{a} \cos as$	$\sin as$
$-\frac{s}{a} \cos as + \frac{1}{a^2} \sin as$	$s \sin as$	$\frac{1}{a^2} \cos as + \frac{s}{a} \sin as$	$s \cos as$
$-\frac{1}{a^2} \cos as - \frac{s}{a^2} \sin as$	$-s \cos as$	$-\frac{s}{a} \cos as + \frac{1}{a^2} \sin as$	$s \sin as$.

Перевіримо, що дана система функцій являється лінійно незалежною. Для цього обчислимо визначник складений з цих функцій. Неважко знайти:

$$\Delta = \frac{s}{a^4} \sin as.$$

Звідси очевидно, що при $a \neq 0, as \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ визначник відмінний від нуля, система координатних функцій лінійно незалежна.

Оскільки дані функції складають лінійно незалежні системи функцій, вони є основою для побудови розв'язку крайових задач.

В нашому випадку розв'язок заданої системи рівнянь руху можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned}
 v_0 = & -\frac{1}{a} \cos as C_1^* - \frac{1}{a} \sin as C_2^* + \\
 & + \left(-\frac{s}{a} \cos as + \frac{1}{a^2} \sin as\right) C_3^* + \\
 & + \left(-\frac{1}{a^2} \cos as - \frac{s}{a^2} \sin as\right) C_4^* + \\
 & + C_1 \phi_1(a, s) + D_1 \phi_2(a, s) + C_0 \phi_3(a, s) + D_0 \phi_4(a, s) + \\
 & + \beta_3 R \int_0^s K_{11}(a, s) v_0(x) dx + \gamma_3 R \int_0^s K_{12}(a, s) w_0(x) dx + P_1(a, s);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_0 = & \frac{1}{a} \sin as C_1^* - \frac{1}{a} \cos as C_2^* + \\
 & + \left(-\frac{1}{a^2} \cos as + \frac{s}{a} \sin as\right) C_3^* + \\
 & + \left(-\frac{s}{a} \cos as + \frac{1}{a^2} \sin as\right) C_4^* + \\
 & + C_1 \gamma_1(a, s) + D_1 \gamma_2(a, s) + C_0 \gamma_3(a, s) + D_0 \gamma_4(a, s) + \\
 & + \beta_3 R \int_0^s K_{21}(a, s) v_0(x) dx + \gamma_3 R \int_0^s K_{22}(a, s) w_0(x) dx + P_2(a, s).
 \end{aligned}$$

Функції, що записані в виразах для розв'язків рівнянь руху отримуються при інтегруванні системи та залежать від її правої частини.

Даний підхід до знаходження координатних функцій можна застосувати до знаходження координатних функцій та розв'язків прикладних задач в системах волоконно-оптичного зв'язку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Скубак А.Н. Нелинейное деформирование сердечника оптического кабеля с естественной круткой / А.Н. Скубак - Наукові записки УНДІЗ. – 2010. – №3(15). – С. 27-31.
2. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. / Л.В. Канторович, В.И. Крылов. Гос.Изд. Технико-теоретической литературы. –М.-1952.-Изд.4
3. Камке Э.. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. / Э.Камке.Изд.Наука.-М.-1976.-Изд.5.
4. Илюхин А.А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней. / А.А. Илюхин. – К.: Наукова думка, 1979. – 216 с.
5. Светлицкий В.А. Механика стержней: Учеб. Для вузов. В 2-х ч. Ч. I. Статика. / В.А. Светлицкий. – М.: Высш. Шк., 1987. – 320 с.
6. Светлицкий В.А. Механика стержней: Учеб. Для вузов. В 2-х ч. Ч. II. Динамика. / В.А. Светлицкий. – М.: Высш. шк., 1987. – 304 с.

Надійшла: 12.10.2013р.

Рецензент: д.т.н., професор Козловський В.В.