УДК 517.978.2

Грищук Р.В., Хорошко В.О., Хохлачова Ю.Є.

ВИКОРИСТАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ІГОР ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ УПРАВЛІННЯ В СИСТЕМАХ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ.

У даній статті запропоновано підхід, який дозволяє вирішувати задачу синтезу оптимальних управляючих впливів для учасників конфліктної ситуації, причому учасники являють собою розподілену динамічну систему захисту інформації, при наявності повної інформації про модель об'єкта супротивника та його цілі.

Ключові слова: захист інформації, система технічного захисту інформації, диференціальна гра, розподілена динамічна система, синтез динамічних систем, управління динамічними об'єктами.

Вступ. Системи технічного захисту інформації відносяться до складних динамічних об'єктів. Тому, коли в них виникають конфліктні ситуації (задачі), причому при управлінні динамічними системами, які описуються диференціальними рівняннями та об'єднуються терміном «диференціальні ігри», можна сказати, що вони займають в сучасній теорії оптимального управління суттєве місце. Математичний образ конфліктних задач складає задачі, в яких розглядаються динамічні системи (тобто системи технічного захисту інформації), що описуються диференціальними рівняннями, які зв'язують їх фазові координати з керуючими та іншими впливами, причому частина впливів зорієнтована на виконання необхідної задачі, а інші заважають її досягненню. Тому в розглянуту схему укладається багато задач одностороннього управління (задач управління з неповною інформацією, з невизначеною перешкодою тощо). Далі ігровий характер задачі будемо розуміти в тому сенсі, що захисник в кожен момент часу при визначенні своїх дій може спиратися лише не знання фізичних можливостей своїх та нападника, а також цілей нападника.

Характерно, що існуючі методи теорії диференціальних ігор не дозволяють тільки на їх основі вирішувати стандартним способом ту чи іншу прикладну задачу, а пошуки спеціалізованих рішень призводять до постійної появи нових побудов, породжених іншими трактуваннями диференціальних ігор [1,2]. Тому розробка підходу до пошуку рішення задач диференціальних ігор, що дозволяє у загальному випадку визначати оптимальні стратегії супротивників в практичних застосуваннях, становить як науковий, так і практичний інтерес. Ще більшу активність такий підхід набуває у зв'язку з розглядом подій об'єктів, що описуються диференціальними рівняннями з частковими похідними, для яких, на відміну від супротивників - об'єктів, які задаються звичайними диференціальними рівняннями, взагалі відсутні будь-які підходи до вирішення.

Основна частина. Виходячи з викладеного, розглянемо задачу диференціальної гри у наступній постановці. Вектори стану супротивників A і B – розподілених динамічних систем захисту інформації – описуються векторними диференціальними рівняннями з частковими похідними виду

$$\begin{aligned}\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} &= F_i\left(\varphi_{i=A,B},\frac{\partial\varphi_{i=A,B}}{\partial X},\ldots,\frac{\partial\varphi^{(n)}_{i=A,B}}{\partial X^{(n)}},X,t\right)+\\ &+F_{i_0}(\varphi_{i=A,B},\frac{\partial\varphi_{i=A,B}}{\partial X},\ldots,\frac{\partial\varphi^{(n)}_{i=A,B}}{\partial X^{(n)}},\mathrm{X},t)U_i(\varphi_{i=A,B},X,t),\end{aligned} \qquad (1)$$

де $\varphi_i=\varphi_i(X,t)$ – вектор станів розподіленої системи – супротивників, i=A,B; X – вектор аргументу; F_i, F_{i0} – відомі нелінійні вектори і матричні функції; $U_i=U_i(\varphi_{i=A,B},X,t)$ – вектори ігрового управління.

Від кожного i-го учасника, який точно знає поточний стан свій і супротивника, потрібно вибирати управління U_i, так щоб мінімізувати деякий заданий функціонал якості $J_{1i}(\varphi_{i=A(B)})$ при одночасній максимізації другого $J_{2i}(\varphi_{i=A(B)})$. Так, наприклад, в задачах радіоелектронної боротьби передавальному центру A необхідно забезпечити мінімум відхилення субвектора параметрів φ_{SA} електромагнітного потоку від вектора заданих значень g у відповідній області аргумента X^*

$$J_{1A} = \int\limits_{X^*} [\varphi_{sa} - g]^T [\varphi_{sa} - g] dX ,$$

а станції, що створює перешкоди – мінімум його відхилення від вектора значень h, необхідних учаснику подій B (наприклад, нульових)

$$J_{1B} = \int\limits_{X^*} [\varphi_{sa} - h]^T [\varphi_{sa} - h] dX .$$

В більш складному варіанті подій учасникові A ще додатково потрібна станція B, тобто забезпечити мінімум функціонала $J_{2A} = \int\limits_{X^*} \varphi_{SB}^T \varphi_{SB} dX$, а учасникові B – зберегти параметри свого потоку в заданих межах, тобто мінімізувати $J_{2B} = \int\limits_{X^*} [\varphi_{SB} - q]^T [\varphi_{SB} - q] dX$, де q – вектор відомих необхідних значень.

В узагальненій формі існуючі для розподілених систем критерії J_{ji} можна представити, згідно [3,4,5], у вигляді

$$J_{ji} = \int\limits_{X} \Phi_{ji}[X, \varphi_{i=A,B}(X,t)] dX ,$$

де Φ_{ji} - відома нелінійна функція векторного аргументу, i=A,B; j=1,2,…

Слід при цьому відмітити, що в більшості практичних випадків (як видно з викладеного вище) функція Φ_{ji} обирається або монотонно зростаючою на відомому інтервалі аргументу, або квадратичною, що дозволяє у подальших міркуваннях зробити припущення про її позитивну визначеність.

Перед остаточною формалізацією постановки задачі об'єднаємо систему векторних рівнянь (1)

$$\frac{\partial \varphi_A}{\partial t} = F_A + F_{A0} U_A(\varphi_A, \varphi_B, X, t) ,$$

$$\frac{\partial \varphi_B}{\partial t} = F_B + F_{B0} U_B(\varphi_A, \varphi_B, X, t)$$

в єдине векторне рівняння

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F + F_1 U_A(\varphi, X, t) + F_2 U_B(\varphi, X, t) , \qquad (2)$$

де $\varphi = \begin{vmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{vmatrix}$, $F = \begin{vmatrix} F_A \\ F_B \end{vmatrix} = F(\varphi, X, t)$,

$F_1 = \begin{vmatrix} F_{A0} \\ 0 \end{vmatrix} = F_1(\varphi, X, t)$, $F_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ F_{B0} \end{vmatrix} = F_2(\varphi, X, t)$,

а також врахуємо, що при синтезі реальних динамічних систем, окрім розглянутих критеріїв, які вирішують задачу досягнення заданих вимог до динаміки стану системи (2), при формуванні вектора управління вводять, як правило, критерій, мінімізація якого забезпечує мінімум «енергетики», управління в вільний поточний момент часу і який може бути записаний у загальному вигляді в формі

$$J_{U_i} = \int_{t_0}^{t}\int_{X} \Phi_{U_i}\ [U_i(\varphi, X, t)]dXdt,$$

де Φ_{U_i} - відома нелінійна функція, яка обирається в більшості випадків квадратичною: $\Phi_{U_i} = U_i^T U_i$; i=A,B.

Тоді, згідно з викладеним, організація процедури синтезу ігрових управлінь, яка розшукуються, потребує вибору векторів U_A, U_B з умови мінімуму відповідних функціоналів.

$$J_A = \int_X \Phi_A[X,\varphi]dX + \int_{t_0}^{t}\int_X \Phi_{U_A}[U_A]dXdt\,,$$

$$J_B = \int_X \Phi_B[X,\varphi]dX + \int_{t_0}^{t}\int_X \Phi_{U_B}[U_B]dXdt\,, \tag{3}$$

одночасно визначених на множині рішень рівняння

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = F + F_1 U_A + F_2 U_B \tag{4}$$

Згідно розглянутої вище позитивної визначеності функціоналів $J_{A(B)}$, а також їх «енергетичних» складових $\Phi_{U_{A(B)}}$, для рішення поставленої задачі доцільно використовувати той відомий факт, що при невід'ємно визначеній критеріальній функції для забезпечення її мінімального значення в кожний момент часу достатньо, щоб похідна її по часу, яка взята зі зворотнім знаком, мала максимум [5,6,7]. На першому етапі синтезу при пошуку керування U_A, це приводить до умови

$$\overset{\max}{U_A}\left(-J_A\right) = \overset{\max}{U_A}\ \{-\int_X (\frac{\partial\Phi_A}{\partial\varphi}\varphi + \Phi_{U_A}\ [U_A])dX\} =$$

$$= \overset{\max}{U_A}\ \{-\int_X (\frac{\partial\Phi_A}{\partial\varphi}[F + F_1 U_A + F_2 U_B] + \Phi_{U_A}[U_A])dX\}\,.$$

Аналіз отриманого рівняння показує, що рішення поставленої задачі зводиться до класичної задачі пошуку вектор-функції U_A, яка реалізує мінімум визначеного інтегралу

$$\int_X (\frac{\partial\Phi_A}{\partial\varphi}\ [F + F_1 U_A + F_2 U_B] + \Phi_{U_A}[U_A])dX\,.$$

При цьому вектор-функція U_A, яка розшукується, повинна задовольняти рівнянню Ейлера

$$\frac{\partial\Phi_A}{\partial\varphi}F_1 - \frac{\partial}{\partial U_A}\Phi_{U_A}[U_A] = 0\,,$$

або

$$(\frac{\partial\Phi_{U_A}}{\partial U_A})^T = F_1^T\,\frac{\partial\Phi_A^T}{\partial\varphi}, \tag{5}$$

з якого випливає, що у загальному випадку визначення вектора U_A потребує рішення нелінійного векторного рівняння, яке представляє непросту обчислювальну задачу.

У окремому випадку квадратичної форми функції Φ_{U_A} рішення рівняння легко знаходиться аналітично:

$$(2U_{A_{opt}}^T)^T = F_1^T \frac{\partial \Phi_A^T}{\partial \varphi},$$

тобто

$$U_{Aopt} = \frac{1}{2} F_1^T \frac{\partial \Phi_A^T}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} F_{A_0}^T \frac{\partial \Phi_A^T}{\partial \varphi}) \tag{6}$$

Тут функція φ визначається вже з рішення рівняння, отриманого підстановкою U_{Aopt} у рівняння (2):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \text{F} + \frac{1}{2} F_1 F_1^T \frac{\partial \Phi_A^T}{\partial \varphi} + F_2 U_B = F^* + F_2 U_B\,. \tag{7}$$

Рівняння (6) і (7) завершують 1-й шаг (етап) синтезу потрібного ігрового управління, після чого починається процедура 2-го шагу – пошук оптимального вектору U_B з умови мінімуму критерія J_B:

$$J_B = \int_X \Phi_B[X,\varphi] dX + \int_{t_0}^{t} \int_X \Phi_{U_B}[U_B] dX dt\,. \tag{8}$$

Зрозуміло, що внаслідок збігу структур рівняння (7):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F^* + F_2 U_B\,,$$

і рівняння (4), а також критерів J_A і J_B, вектор U_B може бути сформований з використанням підходу, який співпадає з приведеним. Таким чином, задача 2-го етапу – синтез оптимального рівняння U_B(φ,X,t) – може бути сформована як задача пошуку вектор-функції U_B, яка доставляє мінімум (8) на множині функцій φ(X,t), задовольняючих рішенню (7). Так як дана задача з точністю до позначень співпадає з приведеною вище, то й алгоритм її рішення виявляється тим же. Повторюючи попередні обчислення, приходимо до рівняння для оптимального управління U_B(φ,X,t), аналогічного (5):

$$\left(\frac{\partial \Phi_{U_B}}{\partial U_B}\right)^T = F_2^T \frac{\partial \Phi_B^T}{\partial \varphi},$$

звідки для традиційного випадку квадратичної форми Φ_{U_B} одержуємо

$$U_{Bopt} = \frac{1}{2} F_2^T \frac{\partial \Phi_B^T}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} F_{B_0}^T \frac{\partial \Phi_B^T}{\partial \varphi} \tag{9}$$

Логічно, що в цьому випадку вектор-функція φ, яка визначає вираз як для U_{Aopt}(φ,X,t), так і для U_{Bopt}(φ,X,t), являє собою рішення рівняння:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F + \frac{1}{2} F_1 F_1^T \frac{\partial \Phi_A^T}{\partial \varphi} + \frac{1}{2} F_2 F_2^T \frac{\partial \Phi_B^T}{\partial \varphi}, \tag{10}$$

інтегрування якого (кожним учасником подій для свого вектора стану) завершує процес рішення поставленої задачі.

Слід відмітити, що з обчислювальної точки зору розв'язання рівняння (10) виявляється не набагато складніше, ніж розв'язання рівняння (2). Більше того, схожість структур (2) і (10) обумовлює можливість використання у повному обсязі методів, розроблених для розв'язання рівняння (2) в працях [5,7].

Для зображення можливості практичного використання запропонованого підходу розглянемо наступну ситуацію.

Нехай об'єкт А, який описується нелінійним стохастичним рівнянням

$$\dot{x} = -x - 0,01x^2 - 0,2y + U_A + \xi_x,$$

де ξ_x – білий гаусовський нормований шум, функціонує в умовах протидії супротивника В, який описується у свою чергу рівнянням

$$\dot{y} = -y^3 - 0,1x^2 + U_B + \xi_y;$$

де ξ_y – також білий гаусовський нормований шум.

Учасникові ситуації А, який спостерігає за станом своїм та супротивника за допомогою вимірювача

$$z_x = 1,5x^2 + y + \xi_x,$$

де ξ_x – білий гаусовський центрований шум з інтенсивністю D_x, потрібно забезпечити в кожний поточний момент часу близьке до гаусовського розподілення координати x з нульовим середнім математичним очікуванням m_x=0 та дисперсією D_x=0,8 при одночасному «нав'язуванні» супротивникові близького до гаусовського розподілення з математичним очікуванням m_y=3,5 та дисперсією D_y=50. Аналогічно протидіючий йому супротивник В, який спостерігає за своїм станом і станом об'єкту А за допомогою контролюючої апаратури

$$z_y = y^2 + x + \xi_y,$$

де ξ_y – білий гаусовський центрований шум з інтенсивністю D_y, має за мету досягти для себе гаусовського розподілення зі середнім математичним очікуванням, дорівнюючим 0,5, та дисперсією 0,6, а для супротивника – зі середнім математичним очікуванням, дорівнюючим 7, і дисперсією 50. Так як мета ситуації, що склалася – забезпечення відповідних розподілень, то для її досягнення необхідне знання відповідної щільності розподілення φ=φ(x,y), яка описується в даному випадку рівнянням Стратоновича [5,7].

$$\begin{gathered}\frac{\partial\varphi}{\partial t} = (1 + 0,02x + 3y^2)\varphi + (x + 0,01x^2 + 0,2y)\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial x} + (y^3 + 0,1x^2)\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \\ + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right) + [\theta - \theta_0]\varphi - U_A\frac{\partial\varphi}{\partial x} - U_B\frac{\partial\varphi}{\partial y} - \frac{\partial U_A}{\partial x}\varphi - \frac{\partial U_B}{\partial y}\varphi \\ \theta = \frac{1}{2}\left[z - \begin{vmatrix}1,5x^2 + y \\ y^2 + x\end{vmatrix}\right]^T \begin{vmatrix}D_x^{-1} & 0 \\ 0 & D_y^{-1}\end{vmatrix} \left[z - \begin{vmatrix}1,5x^2 + y \\ y^2 + x\end{vmatrix}\right],\end{gathered} \tag{11}$$

яке співпадає за своєю структурою з рівнянням (4).

Функціонали, які мінімізуються, в даному випадку приймають вигляд:

$$J_A = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{\varphi(x,y) - G_1[(0;0{,}8;x),(3{,}5;50;y)]\}^2 dxdy + \int_{t_0}^{t}\int_{-\infty}^{\infty} U_A^2(x,y,t)dxdydt,$$

$$J_B = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{\varphi(x,y) - G_2[(7;50;x),(0{,}5;0{,}6;y)]\}^2 dxdy + \int_{t_0}^{t}\int_{-\infty}^{\infty} U_B^2(x,y,t)dxdydt,$$

де $G_i[(m_x, D_x, x),(m_y, D_y, y)]$, i=1,2. – двомірне гаусовське розподілення з відповідними характеристиками.

Слідуючи міркуванням, які привели до виразу для оптимальних законів управління (6) і (9) аналогічно отримуємо:

$$U_{Aopt}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(G_1 - \varphi)\varphi\,,$$

$$U_{Bopt}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(G_2 - \varphi)\varphi\,, \qquad (12)$$

де функція φ визначається інтегруванням рівняння (11) після підстановки до нього законів (12).

Дане рівняння розв'язано методом прямокутних сіток в області (x,y)∈[-230,230] з шагом $\Delta x = \Delta y$ =0,05 при $D_x = D_y = 1{,}5$, $\varphi(x,y,t_0)$=G[(0,1;0,3;x),(0,4;0,4;y)] для $Z(t_i)$, які отримані в результаті чисельного моделювання рівнянь об'єктів та спостерігачів на інтервалі t∈[0,100] за методом Рунге-Кутта 4-го порядку з шагом Δt=0,05с (формування управління здійснювалось у масштабі часу надходження вимірювальної інформації, тобто для кожного часового кроку моделювання t_i. По закінченню часу моделювання інтегральні квадратичні відхилення φ виявились такими:

- при відсутності протидії зі сторони супротивника B (управління U_B=0, J_B=0) відхилення φ від G_1 склало ≈0,26;
- при відсутності протидії зі сторони того, хто захищається A(U_A=0, J_A=0) відхилення φ від G_2 склало ≈0,18;
- при реалізації ситуації у повному обсязі (як було розглянуто вище при синтезі управлінь U_A, U_B) відхилення φ від G_1 склало ≈0,21; від G_2 склало ≈0,23.

Висновки. Таким чином, отримані результати дозволяють зробити висновок про можливість ефективного використання запропонованого підходу для синтезу ситуаційного управління розподіленими нелінійними динамічними об'єктами, якими являються системи технічного захисту інформації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Грищук Р.В. Теоретичні основи моделювання процесів нападу на інформацію методами теорій диференціальних ігор та диференціальних перетворень: монографія / Грищук Р.В. – Житомир: Вид. Рута, 2012. – 280 с.
2. Крапивин В.Ф. Теоретико-игровые методы синтеза сложных систем в конфликтных ситуациях / Крапивин В.Ф. – М.: Советское радио, 1972. – 192 с.
3. Грищук Р.В. Синтез оптимальної поведінки в системі захист-атака / Грищук Р.В., Хорошко В.О. // Проблеми створення, випробування та експлуатації складних інформаційних систем. – Житомир : ЖВІ ім. С.П. Корольова НАУ, 2011, №5. – С. 60-66.
4. Нэш Д. Бескоалиционные игры. В кн.: Матричные игры / Нэш Д. – М.: Физматгиз, 1961. – С. 42-59.
5. Коменюк В.Б. Элементы теории целевой оптимизации / Коменюк В.Б. – М. : Наука, 1983. – 288 с.
6. Дружинин В.В. Введение в теорию конфликта / Дружинин В.В., Конторов Д.С., Конторов М.Д. – М.: Радио и связь, 1989. – 264 с.
7. Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах / Хан Г., Шапиро С. – М.: Мир, 1969. – 306 с.

Надійшла: 12.02.2012

Рецензент: д.т.н., проф. Шокало В.М.