

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МЕРЕЖІ МАЙБУТНЬОГО НА БАЗІ ВАГОВОГО МЕТОДУ

В статті розглянуто питання розвитку інформаційної інфраструктури на теренах України. Зазначено, що в сучасному світі стрімке зростання обсягів трафіку і зміна його структури в бік передачі відео, необхідність підтримки мобільних користувачів та соціальних мереж, віртуалізація та швидка обробка даних призвели до зміни в існуючих мережах, тому актуальними тенденціями розвитку телекомунікацій є перехід до мереж майбутнього. Згідно з рекомендаціями Міжнародного Союзу Електрозв'язку головною відмінністю мережі майбутнього є здатність її до самоорганізації та самовідновлення. Визначено, що основними параметрами мережі майбутнього, які будуть задовільняти вимоги якості обслуговування є затримка та вартість. Головною особливістю цих мереж є різноманітність обладнання. Тому в статті запропоновано ваговий метод для забезпечення задовільної вартості при допустимих значеннях показників якості.

Ключові слова: мережі майбутнього, затримка, вартість, ваговий коефіцієнт.

Вступ

Ефективний розвиток України та її конкурентоздатність в даний час можливі лише при умові наявності розвинутої інформаційної інфраструктури [1].

В сучасному інформаційному суспільстві спостерігається постійний та потужний розвиток інформаційних технологій, збільшення числа абонентів, розвиток сервісів, масштабна комп'ютеризація та поява надвеликих центрів обробки даних (ЦОД). Такі зміни призвели до створення мережі майбутнього (FN). Згідно з [2] відмінністю мережі майбутнього є здатність до самовідновлення та самоорганізації, за рахунок параметрів, які забезпечують належну якість обслуговування (QoS). Основними такими параметрами є затримка та вартість.

Для того, щоб FN задовольняла вимогам якості обслуговування необхідно провести оптимізацію цих параметрів, що можливо виконати за допомогою вагового методу.

Основна частина

Кожна система характеризується вектором показників якості $K=(k_1, k_2, \dots, k_m)$ [3]. За допомогою вагового методу [4] при якому знаходять точку A_B (систему S_B) множини M_d , в якій зважена сума

$$k_B = k_1 + ak_2 \quad (1)$$

показників якості має мінімальне значення, тобто виконується умова

$$k_B = k_1 + ak_2 = \min_{S \in M_d} \text{при } a = \text{const}, \quad (2)$$

де k_B – ваговий коефіцієнт, k_1 – коефіцієнт, який характеризує затримку, k_2 – коефіцієнт, який характеризує вартість.

Це мінімальне значення величини k_B позначатимемо через $k_{B \min}$. У загальному випадку різним значенням вагового коефіцієнта a відповідатимуть різні точки A_B (і відповідно різні системи S_B) і різні значення величини $k_{B \min}(a)$. Тут і надалі індекс “в” означає, що дана величина (A_B, S_B, k_B) знайдена мінімізацією зваженої суми k_B , а аргумент a підкреслює, що відповідна величина залежить від ваги a . Покладемо, що величина ваги a варіює неперервно в межах

$$0 < a < \infty. \quad (3)$$

Тоді множині всіх можливих (у межах (3)) значень ваги a відповідатиме множина M_B точок $A_B(a)$ (і відповідно множина систем $S_B(a)$). Кожній такій точці $A_B(a)$ (системі $S_B(a)$) при цьому відповідатимуть деякі значення $k_{1B}(a)$ і $k_{2B}(a)$ показників якості k_1 і k_2 . Функції, що утворюються при цьому,

$$k_{1B} = k_{1B}(a), k_{2B} = k_{2B}(a) \quad (4)$$

можна розглядати як параметричний запис функції

$$k_{1B} = \hat{f}_B(k_{2B}), \quad (5)$$

яку називатимемо ваговою характеристикою (рис. 1). Очевидно, ця характеристика впливає з рівнянь (4) включенням параметра a .

Кожна точка $A_B(a)$ (система $S_B(a)$) вагової характеристики є точкою множини M_B , знайденої описаним вище ваговим методом. Доведемо, що кожна точка $A_B(a)$ (система $S_B(a)$) є негіршою точкою (системою), тобто не може бути гіршою. Відповідно до умови (2) точка $A_B(a)$ – це така точка множини M_D , в якій зважена сума k_B має при даному значенні ваги a мінімальне значення. Доведення будемо вести від протилежного, тобто припустимо, що точка $A_B(a)$, в якій $k_1 = k_{1B}$, $k_2 = k_{2B}$, є гіршою. Тоді в множині M_D має існувати хоча б одна безумовно краща точка A' з координатами (k'_1, k'_2) в якій або

$$k'_1 = k_{1B}, k'_2 < k_{2B}, \tag{6}$$

або

$$k'_1 < k_{1B}, k'_2 = k_{2B}, \tag{7}$$

або, нарешті,

$$k'_1 < k_{1B}, k'_2 < k_{2B}. \tag{8}$$

У точці A' зважена сума показників якості

$$k'_B = k'_1 + ak'_2, \tag{9}$$

Тоді як у точці $A_B(a)$ вона дорівнює

$$k_B = k_{1B} + ak_{2B} = k_{B \min} \tag{10}$$

Але, якщо виконуться кожна з умов (6), то

$$k'_B < k_B = k_{B \min}$$

що неможливо, оскільки за умовою в точці $A_B(a)$ величина k_B має мінімально можливе (при даній вазі a) значення. Отже, якщо припустити, що в множині M_D існує точка A' безумовно краща, ніж $A_B(a)$, то це рівносильно припущенню про те, що в цій множині існує точка A' , що має (при даній вазі a) менше значення зваженої суми k_B , ніж точка $A_B(a)$, що неможливо.

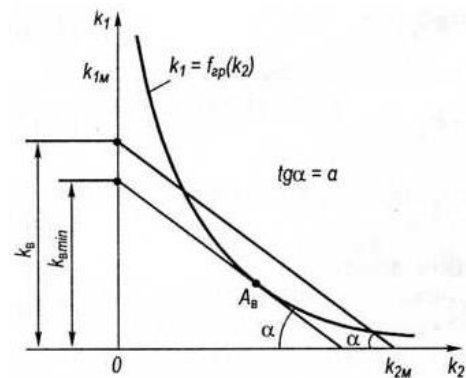


Рис.2 Монотонно спадна функція

Отже, доведено, що будь-яка точка $A_B(a)$ множини M_B , знайдена ваговим методом, обов'язково є негіршою точкою і, отже, не може бути гіршою. Це означає, що множина M_{HG} всіх негірших точок (систем) містить множину M_B всіх точок, знайдених ваговим методом. Звідси, у свою чергу, впливає, що вагова характеристика (4) містить тільки негірші точки, тобто не містить жодної гіршої точки.

Доведемо тепер, що множина M_B не обов'язково збігається з множиною M_{HG} всіх негірших систем, тобто може бути лише правильною частиною цієї множини. Це означає, що вагова характеристика іноді може не збігатися з лівою нижньою границею, а бути лише частиною цієї границі.

Для цього і ряду наступних доведень корисно розглянути геометричну інтерпретацію вагового методу в площині показників якості. Розглянемо спочатку випадок, коли границя множини M_D є строго опуклою (вниз) монотонно спадною функцією (рис. 2). Очевидно, ця функція є строго монотонною. Отже, у розглянутому прикладі (рис. 2) границя множини M_B збігається з лівою нижньою границею.

При ваговому методі відбираються точки $A_B(a)$, в яких зважена сума (1) має при даній вазі a мінімальне значення. Але вираз (1) можна записати у вигляді

$$k_1 = k_B - ak_2, \tag{11}$$

тобто у вигляді рівняння прямої, кут нахилу якої визначається вагою a і яка відтинає на осі ординат відрізок, що дорівнює кв. Тому для того, щоб знайти точку $A_B(a)$ множини M_D , в якій величина k_B має (при даній вазі a) мінімальне значення, необхідно переміщати цю пряму паралельно самій собі вниз (вліво) доти, поки вона не збіжиться з дотичною до границі області. Тоді точка дотику і буде тією точкою $A_B(a)$ множини M_D , в якій величина k_B мінімальна (рис. 2). При цьому різним значенням ваги a відповідатимуть різні точки дотику $A_B(a)$. Тому, варіюючи значення ваги a в межах (3), ми знайдемо тим самим всі точки границі області і, отже, всі точки лівої нижньої границі. При цьому відповідна вагова характеристика (5) повністю збігається з лівою нижньою границею.

Це є слушним, за винятком тих граничних випадків, у яких при скінченному значенні показників якості k_1 і k_2 границя множини M_D має відповідно вертикальну або горизонтальну дотичну (рис. 3) (нескінченні значення k_1 і k_2 , як уже зазначалося вище, не можуть бути допустимими і, отже, не можуть належати границі області $M_{C.D.}$). Однак таке обмеження практично несуттєве, оскільки в межах (3) значень ваги a можна наблизити до крайніх точок границі як завгодно близько і, у всякому разі, досить близько для будь-яких практичних цілей. Тому надалі вважатимемо, що при строго опуклій (вниз) монотонно спадній лівій нижній границі (або границі множини M_D) множина M_B збігається з множиною $M_{HГ.}$

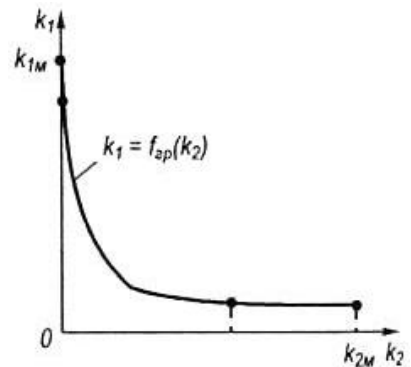


Рис. 3

Розглянемо випадок, коли границя множини M_D є строго опуклою (вниз) функцією, але має, крім спадної, і зростаючу гілку і, отже, не має строгої монотонності. Приклад такої границі наведений на рис. 4. При цьому ліва нижня границя складає лише частину $A_0 A_1$ всієї границі $A_0 A_1 A_2$ множини M_D .

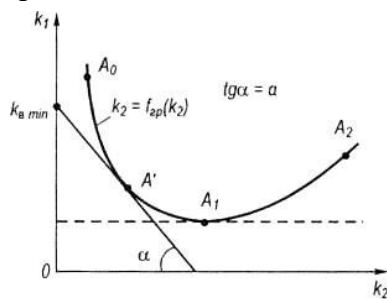


Рис. 4

Застосовуючи ваговий метод і варіюючи вагу a в межах (8), знайдемо всі точки лівої нижньої границі за винятком крайньої точки A_1 і крайньої точки A_0 (якщо в цій точці дотична до границі вертикальна). Однак ми можемо наблизитися до крайніх точок як завгодно близько. Тому вважатимемо, що ваговий метод дає можливість знайти всю ліву нижню границю і вагова характеристика практично повністю збігатиметься з лівою нижньою границею.

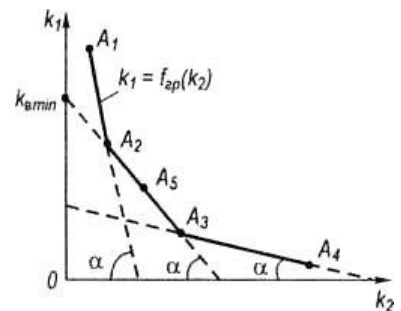


Рис. 5

Розглянемо тепер випадок, коли границя множини M_D має опуклий, але не строго опуклий характер, наприклад має вигляд, зображений на рис. 5, суцільної лінії. Ця границя строго монотонна і, отже, збігається з лівою нижньою границею множини M_D .

Застосуємо для її відшукування ваговий метод. З рис. 5 видно, що при $a=a_2=\text{tg } \alpha_2$ зважена сума k_B має мінімум не в одній точці $A_B(a)$, а в нескінченній множині точок відрізка $A_2 A_3$ границі. Тому, поклавши $a=a_2$, знайдемо не одну точку лівої нижньої границі, а відразу цілу ділянку $A_2 A_3$ цієї границі. Відповідно при $a=\text{tg } \alpha_1$ й $a=\text{tg } \alpha_3$ одержимо ділянки $A_1 A_2$ і $A_3 A_4$ лівої нижньої границі.

Отже, як і у разі строго опуклої границі, ваговий метод дає змогу одержати всі точки лівої нижньої границі. Відмінність полягає лише в тому, що при цьому (рис. 5) для одержання всього нескінченного числа точок лівої нижньої границі досить вибрати тільки три дискретних значення ваги a .

Розглянемо тепер випадок, коли границя множини M_D має строго монотонний, але не опуклий характер, наприклад має вигляд, зображений на рис. 6, а. Оскільки границя множини строго монотонна, то вона збігається з лівою нижньою границею множини M_D . Однак при цьому ваговий метод не дозволяє знайти всі точки цієї границі. Дійсно, з рис. 6, а видно, що при неперервному зменшенні ваги a від досить великих значень до досить малого (тобто в межах (8)), точка дотику прямої $k_1 = k_B - ak_2$ до границі множини M_D спочатку неперервно переміщається від точки A_4 до точки A_3 , потім стрибком переходить із точки A_3 у точку A_1

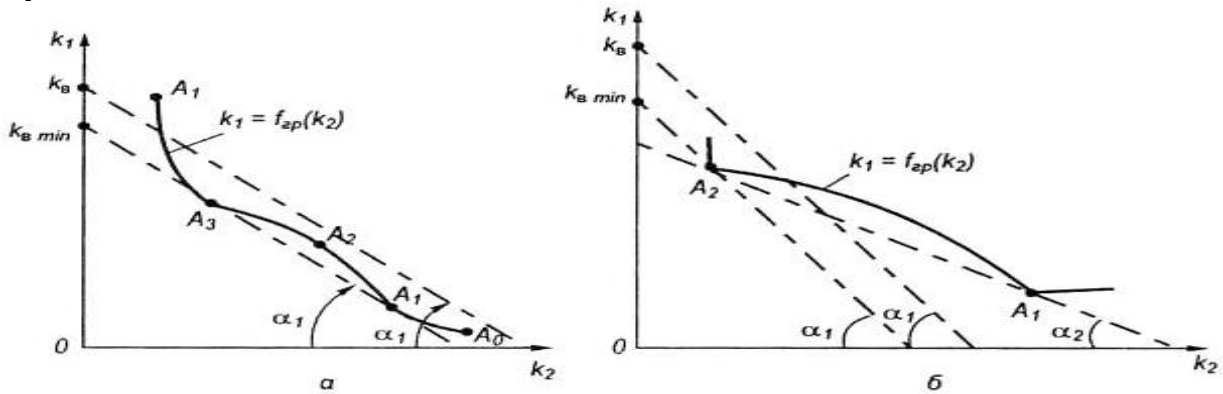


Рис.6

і далі знову неперервно переміщається з точки A_1 у точку A_0 . Отже, ділянка $A_1 A_2 A_3$ лівої нижньої границі при цьому є пропущеною, і вагова характеристика матиме вигляд, зображений на рис. 7. Цей приклад доводить сформульоване вище твердження про те, що в деяких випадках ваговий метод дає змогу знайти не всю ліву нижню границю (множини M_{HG}), а лише частину цієї границі (частину множини M_{HG}). Якщо ліва нижня границя $A_1 A_2$ є опуклою вверх кривою (рис. 6, б), то ваговий метод дає змогу знайти лише крайні точки A_1 і A_2 цієї границі. Дійсно, нехай пряма, що з'єднує точки A_1 і A_2 , має кут нахилу α_2 . Проведемо на рис. 6, б пряму з кутом нахилу $\alpha_1 > \alpha_2$, тобто відповідну такому значенню a_1 , ваги a , що $a_1 > a_2 = \text{tg}\alpha_2$. Тоді, переміщаючи цю пряму паралельно самій собі, неважко переконатися, що вона відітне на осі ординат

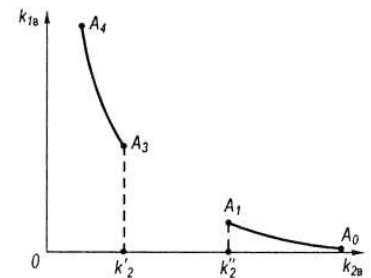


Рис.7

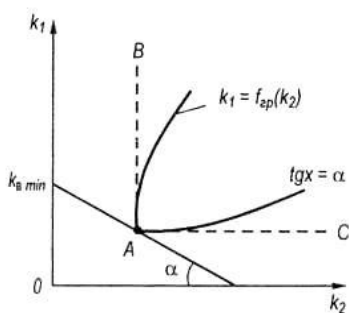


Рис.8

мінімальний відрізок $k_{B \min}$ тоді, коли пройде через крайню точку A_2 . Отже, при будь-якому значенні ваги a в межах $a_1 < a_2 < \infty$ матимемо той самий розв'язок, що відповідає крайній точці A_2 . Провівши аналогічні міркування, неважко переконатися, що при будь-якому значенні a в межах $0 < a < a_2$ отримаємо розв'язок, що відповідає точці A_1 . Нарешті, при $a = a_2$ ваговий метод буде давати два розв'язки, що відповідають точкам A_1 і A_2 . Отже, варіюючи вагу a в межах (8), ми зможемо знайти лише дві крайні точки лівої нижньої границі — точки A_1 і A_2 .

Розглянемо тепер випадок, коли границя множини M_D розташована повністю всередині квадранта BAC і має точку A , розташовану в його вершині (рис. 8). При цьому множина M_{HG} негірших систем є виродженою — вона містить всього одну негіршу точку (систему) — точку A .

З'ясуємо, які будуть при цьому особливості пошуку множини M_{HG} ваговим методом. З рис. 8 видно, що при будь-яких значеннях ваги a (у межах (3)) точка $A_B(a)$, в якій зважена сума k_B мінімальна, є тією самою і збігається з точкою A . Тому вагова характеристика також складається з однієї точки — точки $A_B(k_{1B}, k_{2B})$ (рис. 9). Отже,

якщо множина $M_{НГ}$ вироджена, то знайдені ваговим методом точка A_B і її координати $k_{1B}(a)$ і $k_{2B}(a)$ є незалежними від ваги a .

З'ясуємо, які будуть при цьому особливості пошуку множини $M_{НГ}$ ваговим методом. З рис. 8 видно, що при будь-яких значеннях ваги a (у межах (3)) точка $A_B(a)$, в якій зважена сума k_B мінімальна, є тією самою і збігається з точкою A . Тому вагова характеристика також складається з однієї точки — точки $A_B(k_{1B}, k_{2B})$ (рис. 9). Отже, якщо множина $M_{НГ}$ вироджена, то знайдені ваговим методом точка A_B і її координати $k_{1B}(a)$ і $k_{2B}(a)$ є незалежними від ваги a .

Доведемо, що є слушним і обернене твердження: якщо знайдена ваговим методом точка $A_B(a)$ (система $S_B(a)$ або відповідні їй показники якості $k_{1B}(a)$ й $k_{2B}(a)$ є незалежними від ваги a , то це свідчить про те, що множина $M_{НГ}$ вироджена, тобто складається всього з однієї точки A_B (система S_B), що є при цьому найкращою. Для цього досить довести, якщо множина $M_{НГ}$ невироджена, то неможливо, щоб всім можливим значенням ваги a відповідала та сама точка $A_B(a)$ або ті самі значення її показників якості $k_{1B}(a)$ і $k_{2B}(a)$. Оскільки в розглянутому випадку множина $M_{НГ}$ невироджена, то це означає, що вона має містити щонайменше дві негірші точки A_1 і A_2 (рис. 10), які не збігаються. Оскільки обидві точки — негірші, то точці A_2 , що має більше значення показника k_2 , відповідає менше значення показника k_1 , отже, пряма, що з'єднає точки A_1 і A_2 , не може бути вертикальною або горизонтальною.

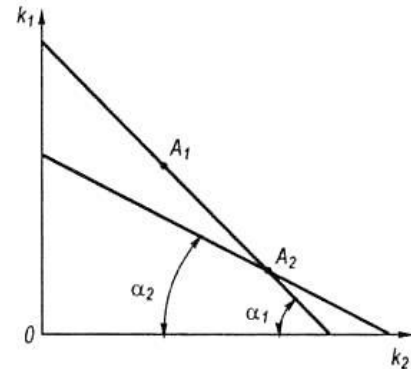


Рис.10

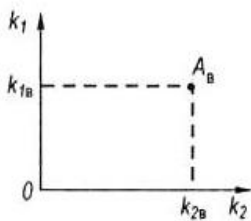


Рис.9

Але це означає, що в межах (3) завжди знайдеться таке значення ваги $a = a_2 = \text{tg } \alpha_2$, при якому пряма $k_1 = k_B - ak_2$, що проходить через точку A_2 , не збігається з прямою, що проходить через точки A_1 та A_2 , і, отже, не пройде через точку A_1 (рис. 10). Отже, при $a = a_2$ ваговим методом буде знайдена лише точка A_2 і відповідні їй показники $k_{1B}(a)$ і $k_{2B}(a)$. Якщо візьмемо $a < a_1 = \text{tg } \alpha_1$, то знайдемо ваговим методом не тільки точку A_2 , але і точку A_1 з показниками $k_{1B}(a)$, $k_{2B}(a)$. Отже, у даному випадку зміна ваги a (наприклад від a_2 до a_1) змінює результати відносно точок $A_B(a)$ і їх показників $k_{1B}(a)$, $k_{2B}(a)$, тобто ці результати неможливо вважати незалежними від ваги a .

Отже, ми довели, якщо множина $M_{Д}$ невироджена, то результати синтезу ваговим методом ($A_B(a), k_{1B}(a), k_{2B}(a)$) обов'язково залежать від величини ваги a . З урахуванням викладеного можна підсумувати такі основні властивості вагового методу.

1. Знайдена ваговим методом вагова характеристика $k_{1B} = f_B(k_{2B})$ або повністю збігається з лівою нижньою границею, або є її частиною. Інакше кажучи, множина M_B точок (систем), знайдених ваговим методом, є або правильною частиною множини $M_{НГ}$ негірших систем, або збігається з нею:

$$M_B \subset M_{НГ} \quad (12)$$

Звідси випливає також, що вагова характеристика не містить жодної гіршої точки.

2. Якщо границя множини $M_{Д}$ є опуклою (вниз) кривою, то вагова характеристика збігається з лівою нижньою границею, за винятком, практично несуттєвих крайніх точок цієї границі. Тому можна вважати, що при цьому множина M_B збігається з множиною $M_{НГ}$.

3. Якщо множина $M_{НГ}$ є виродженою, результати ($A_B(a), k_{1B}(a), k_{2B}(a)$) застосування вагового методу не залежать від величини ваги a . Тому незалежність цих результатів від ваги

a свідчить про те, що шукана множина M_{HT} є виродженою, тобто ліва нижня границя складається всього з однієї точки A_B (системи S_B) з координатами (показниками якості) k_{1B} , k_{2B} .

У наведених вище прикладах для геометричної ілюстрації й обґрунтування властивостей вагового методу ми зображували границю множини M_D в явному вигляді (рис. 2–5). Однак у дійсності при оптимізації параметрів або синтезі структури ця границя в явному вигляді не задана. Тому виникає задача: як вирішити важливе для практики питання про те, чи збігається знайдена вагова характеристика з лівою нижньою границею або вона є лише частиною цієї границі? Для відповіді на це питання насамперед необхідно врахувати такі властивості вагової характеристики. Як уже зазначалося вище, вона містить тільки негірші точки. Тому, якщо вагова характеристика є визначеною на деякій множині значень показника k_2 (зв'язному, як, наприклад, на рис. 1, або незв'язному, як на рис. 7), то на цій множині вона повністю збігається з лівою нижньою границею. Наприклад, на рис. 7 вагова характеристика на ділянках $A_0 A_1$ і $A_3 A_4$ збігається з лівою нижньою границею.

У тому діапазоні значень показника k_2 , у якому вагова характеристика є невизначеною (наприклад, у діапазоні $k_2 = k'_2 - k''_2$ (на рис. 7), питання про ліву нижню границю залишається відкритим — або в цьому діапазоні негірших точок дійсно не існує (якщо в цьому діапазоні границя області M_D має неспадний характер), або вони існують, але не можуть бути знайдені ваговим методом (внаслідок того, що в цьому діапазоні границя області, хоча і монотонно спадає, але не опукла (вниз), наприклад, як на рис. 6).

З нижчевикладеного випливає, якщо вагова характеристика є визначеною на зв'язній множині значень показника k_2 (наприклад, як на рис. 11), то вона може не збігатися із шуканою лівою нижньою границею лише за межами своїх крайніх точок (наприклад, лівіше точки A_0 або правіше точки A_1 на рис. 11). Але практично можна вважати, що за межами крайніх (лівих і правих) точок вагової характеристики ніяких точок лівої нижньої границі бути не може. Для цього досить довести, що крайні точки лівої нижньої границі практично завжди можуть бути знайдені ваговим методом і, отже, належатимуть ваговій характеристиці, а не перебуватимуть за її межами. Дійсно, якщо в крайній точці лівої нижньої границі дотична до цієї границі вертикальна або горизонтальна (наприклад, як на рис. 3), то таку крайню точку неможливо знайти ваговим методом, але можливо знайти практично як завгодно близьку до неї точку. Якщо у крайній точці лівої нижньої границі кут нахилу дотичної до цієї границі відмінний від 0 і від 90° , то така крайня точка завжди буде знайдена точно ваговим методом. Справді, з рис. 6 видно, що ваговий метод не дає змогу знайти лише такі точки лівої нижньої границі, які розташовані над хордою, що з'єднує дві інші точки цієї границі, розташовані ліворуч і праворуч від даної точки. Але якщо деяка точка A лівої нижньої границі є її крайньою лівою (або крайньою правою) точкою, то не існує лівішої (або правішої) точки і, отже, не існує зазначеної вище хорди, над якою з'явилася б точка A .

Отже, ваговий метод завжди дає можливість знайти крайні точки лівої нижньої границі точно або з якою завгодно малою похибкою. Тому вважається, що ваговий метод практично завжди дає змогу знайти крайні точки лівої нижньої границі і вагова характеристика практично завжди містить ці крайні точки. Тому, якщо вагова характеристика є визначеною на деякій зв'язній множині значень показника k_2 (або k_1), то вона практично повністю збігається зі всією лівою нижньою границею.

Отже, достатньою умовою збігу вагової характеристики з лівою нижньою границею є зв'язність області її визначення. Еквівалентним є також таке формулювання достатньої умови збігу вагової характеристики з лівою нижньою границею: якщо вагова характеристика визначена (існує) у всій області, що нас цікавить, значень показника k_2 (або k_1), то вона в цій області збігається з лівою нижньою границею. (У слухності цього формулювання неважко

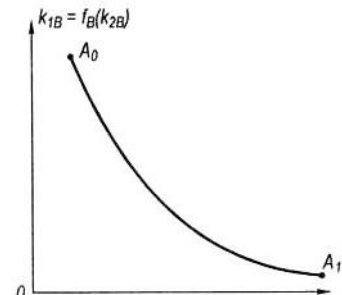


Рис.11

переконатися, якщо врахувати, по-перше, що будь-яка точка вагової характеристики є негіршою і, по-друге, що даному значенню показника k_2 (або k_1) може відповідати тільки одна негірша точка.)

Таким чином, вагова характеристика збігається з лівою нижньою границею, якщо виконується яка-небудь з таких еквівалентних умов: вагова характеристика визначена на зв'язній множині точок; вагова характеристика визначена (існує) у всьому діапазоні значень, що нас цікавить, показника якості k_2 (або k_1).

У багатьох, якщо не в більшості практичних задач, ці умови виконуються і ваговий метод виявляється ефективним. Зазначимо таку властивість вагової характеристики: якщо вагова характеристика визначена на зв'язній множині, то вона неперервна і є строго монотонною опуклою (вниз) кривою.

Строго монотонність впливає з того, що вагова характеристика, визначена на зв'язній множині, збігається з лівою нижньою границею. Опуклість впливає з того, що при неопуклій кривій нижній границі цю границю неможливо повністю визначити ваговим методом (див., наприклад, рис. б).

Висновки

Таким чином, для того щоб мережа майбутнього задовольняла вимогам якості обслуговування необхідно провести оптимізацію параметрів затримки та вартості, що можливо виконати за допомогою вагового методу. Доведено, що, у багатьох практичних задач, ваговий метод виявляється ефективним.

Отже, в статті запропоновано ваговий метод для забезпечення задовільної вартості при допустимих значеннях показників якості.

Література

1. Отрох С. И., Коршун Н. В., Ярош В. А. Методика расчета показателей живучести каналов современной телекоммуникационной сети // Сучасний захист інформації. – 2016. – №. 4.
2. Global information infrastructure, internet protocol aspects and Next Generation Networks – future networks. Future Networks: Objectives and Design Goals // Recommendation ITU-T Y.3001. – 2011.
3. Методи оптимізації: Підручник для студентів вищих навч. закладів за напрямком «Телекомунікації» / В.Б. Толубко, Л.Н. Беркман. - ДУТ, 2016. - 442 с.
4. Стеклов В. К., Беркман Л. Н., Кільчицький Є. В. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв'язку // К.: Техніка. – 2004. – С. 576.

Надійшла 01.03.2017 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Толубко В.Б.